

## PRESENTAZIONE DEGLI INTERVENTI

### RELAZIONI

Samuele ANTONINI (Pavia), *Congetturare e argomentare tra esempi e contro-esempi*

Ferdinando ARZARELLO (Torino), *Da Dewey a Hintikka senza dimenticare Peirce: la logica della ricerca in classe*

Logic of inquiry, abduzione, esperienze didattiche sull'insegnamento

Luigi Amedeo BIANCHI (Augsburg), *Cavalieri, Paggi e Furfanti - la logica e le Olimpiadi*

La logica gioca nelle Olimpiadi di Matematica un ruolo molto importante, sia nell'aspetto divulgativo, sia in quello della competizione. Appoggiandosi principalmente ad essa, uno studente che muove i primi passi in ambito olimpico può affrontare e superare le prime fasi, giocandosela alla pari con concorrenti con tecniche più avanzate nel proprio bagaglio, ma forse per questo meno attenti a possibili scorciatoie logiche.

Giangiaco GERLA (Salerno), *Sistemi di riscrittura contro calcoli numerici*

Ruggero FERRO (Verona), *L'analisi non standard e nozioni d'infinito in matematica*

Vista l'impossibilità del linguaggio, sia formale che informale, di dire di cosa si sta parlando se non si assumono già noti per via non linguistica alcuni concetti da cui derivare gli altri, per capire gli sviluppi e le affermazioni dell'analisi matematica è opportuno rifarsi ai problemi fondamentali che ha inteso affrontare: il movimento e la determinazione di aree non delimitate da spezzate chiuse. Nel Rinascimento si cominciò ad affrontare questi problemi usando quantità trascurabili da certi punti di vista, e il lavoro per precisare questa nozione fu molto travagliato. Direi che il motivo fondamentale di queste difficoltà fu che ci si scontrava con un concetto di infinito (e infinitesimo) intuito ma allora non ben chiarito. Una mentalità aristotelica e archimedea delle critiche ha portato all'abbandono dei fruttuosi metodi infinitesimali che non sapevano rispondere alle obiezioni. Gli sviluppi del ventesimo secolo, richiesti dalla crisi dei fondamenti, hanno mostrato come superare gli ostacoli, permettendo di utilizzare le idee di quattro secoli fa in modo rigoroso, semplice ed efficiente: ritornando agli infinitesimi. Ora il problema si gioca sul come conciliare l'idea di infinito attuale di Cantor (sviluppatasi nel frattempo) con quella infinitesimale. Il mio intervento, ricordando i concetti principali dell'analisi non standard, intende rendere esplicite e chiare, con la semplicità richiesta dal tempo limitato, le problematiche qui velocemente adombrate. I vari sviluppi saranno anche esaminati in vista di un auspicato insegnamento nelle scuole usando i metodi non standard.

Gabriele LOLLI (SNS Pisa), *Pene d'amor perdute: insegnare la logica*

Maria Alessandra MARIOTTI (Siena), *Educare alla razionalità: il ruolo della logica nell'educazione matematica nel primo ciclo*

Guardare al ruolo della logica rispetto al problema di educare alla razionalità significa prendere in considerazione lo sviluppo di una competenza fondamentale da parte dei nostri giovani allievi, ovvero la consapevolezza della specificità del pensiero matematico, ed in particolare della dimensione metamatematica. Tale dimensione consiste nella riflessione sul perché di tutti quei fatti e formule di cui la matematica sembra essere costituita, sulla natura specifica di un *perché matematico* e in particolare, sul rapporto di un *perché matematico* con altri modi di fornire un *perché* e convincersi che qualcosa è vero. Nella conferenza si discuterà, attraverso esempi specifici, se e come sia possibile introdurre gli allievi della scuola primaria e della scuola media ad una prospettiva teorica, quali problemi didattici debba affrontare un insegnante e come sia necessario per questo compito una preparazione adeguata.

Ruggero PAGNAN (Genova), *Stupido è chi lo stupido fa*

Le leggi fondamentali della stupidità umana elaborate da Carlo Cipolla forniscono interessanti spunti di riflessione in merito agli effetti prodotti sull'intera società dall'attuazione di comportamenti irrazionali, per contro mettendo in risalto l'importanza del perseguimento sistematico degli scopi dell'educazione alla razionalità. Per mezzo di esempi tratti dalla quotidianità cercherò di fornire evidenza a supporto di ciò.

Domingo PAOLA (Liceo G. Bruno, Albenga), *Un'esperienza di avvio al pensiero probabilistico nella prospettiva di educare alla razionalità*

Affrontare razionalmente situazioni caratterizzate da incertezza è una delle competenze più importanti per la formazione di una persona ed è dichiarata come fondamentale nelle indicazioni curriculari non solo italiane. L'intervento presenta e discute punti di forza e di criticità di un'esperienza di avvio al pensiero probabilistico nella scuola secondaria a partire dal cosiddetto *problema delle parti* o della *suddivisione della posta in gioco*. L'analisi didattica viene condotta in una prospettiva di *educazione alla razionalità*.

Giuseppe ROSOLINI (Genova), *Un calcolo deduttivo per la teoria ingenua degli insiemi*

Carlo TOFFALORI (Camerino), *La logica delle equazioni*

La logica delle equazioni e le equazioni della logica: contatti sorprendenti tra logica e algebra. Nel primo caso, il decimo problema di Hilbert, il problema della scuola superiore di Tarski,  $P = NP$ . Nel secondo, Boole, SAT e ancora  $P = NP$ . Logica e algebra nelle disposizioni nazionali.

## RICORDI DI PAOLO GENTILINI

Corrado BENASSI (Bologna)

Maurizio MARTELLI (Genova)

## COMUNICAZIONI

Giuseppina ANATRIELLO (Napoli Federico II), *Su una fondazione geometria dei numeri: Frege e Hilbert*

Negli ultimi anni della sua vita Gottlob Frege abbandonò l'idea che tutta la matematica potesse essere fondata sull'aritmetica. Lo testimoniano i manoscritti originali, "*Nuovo tentativo di fondazione dell'aritmetica*" e "*Numero e Aritmetica*" (1924-25), pubblicati negli "Scritti postumi". Frege si convinse che la vera essenza del numero fosse di natura geometrica, ovvero derivasse dalla stessa fonte conoscitiva degli assiomi della geometria euclidea. Per questo sostenne che per definire il concetto di numero era necessario partire dal piano euclideo e definire i numeri complessi in modo del tutto nuovo. Esporremo un tentativo di sviluppare l'idea di Frege, attraverso l'assunzione delle configurazioni di Pappo e Desargues come assiomi e l'introduzione di un calcolo geometrico tra punti. Tale calcolo rappresenta la trasposizione nel piano di quello tra segmenti che David Hilbert espose nei suoi *Fondamenti della geometria*, rivelando l'algebra intrinseca nella geometria della retta euclidea.

Gemma CAROTENUTO (Salerno), *Educare alla razionalità in una dimensione narrativa: una sperimentazione*

L'attività di sperimentazione qui presentata si è svolta all'interno di un progetto PON attuato dalla scuola secondaria di I grado *Solimena - De Lorenzo* di Nocera Inferiore (SA) durante l'Anno Scolastico 2014/2015, il cui scopo era di riavvicinare alla matematica gli studenti appartenenti alla fascia di profitto medio-bassa. In accordo con i docenti della scuola, si è scelto di lavorare sulle competenze linguistiche in ambito scientifico, dedicando particolare attenzione allo sviluppo della competenza argomentativa, traguardo fondamentale dell'educazione matematica secondo le ultime Indicazioni Nazionali (MIUR, 2012).

A tal fine è stato progettato un percorso didattico sui primi elementi di logica classica a partire da quello descritto da Tortora (2001), che è stato arricchito con un'appendice di confronto con indovinelli logico-linguistici, tratti da (Smullyan, 1981). Il noto contesto narrativo dell'isola dei Cavalieri e dei Furfanti, in cui i primi dicono sempre il vero e gli altri mentono sempre, ha fatto da cornice in tutte le attività della sperimentazione.

Il punto di vista adottato per la formulazione delle ipotesi di ricerca e l'analisi dei risultati è quello della pragmatica, che studia il linguaggio in relazione ai suoi usi e i cui temi sono profondamente collegati ai punti critici della ricerca sull'apprendimento e l'insegnamento della matematica (Ferrari, 2004).

Il percorso ha favorito negli alunni un potenziamento del controllo metalinguistico sui testi, invitando ad una prima riflessione sul rapporto tra linguaggio e metalinguaggio. Durante le attività il linguaggio è stato quello delle frasi pronunciate da Cavalieri e Furfanti, che erano al centro del lavoro, e il metalinguaggio quello utilizzato nella discussione in gruppo e, quindi, nella produzione scritta delle argomentazioni. I ragazzi hanno così preso consapevolezza del duplice ruolo del linguaggio, che è al tempo stesso strumento di comunicazione e oggetto di manipolazione (Coppola et al., 2010; Ferrari & Gerla, 2015). La dimensione narrativa ha svolto un ruolo chiave nel fornire un criterio di verità (Eco, 2009), che fosse naturalmente accettato dai ragazzi e permettesse di fissare di volta in volta ciò che i logici chiamerebbero “modello”. Per quanto riguarda l’analisi dei comportamenti degli alunni, sono interessanti i numerosi esempi riscontrati di prevalenza di pensiero narrativo sul pensiero logico-scientifico (Zan, 2007; Bruner, 1986) e quelli di implicature conversazionali (Grice, 1975).

Durante la comunicazione verranno presentati il percorso, in relazione ai suoi scopi, e un’analisi qualitativa dei dati raccolti (disegni, audio registrazioni, interviste e protocolli), con particolare attenzione a quelli relativi all’attività di risoluzione degli indovinelli.

#### Riferimenti

- Bruner, J. (1986). *Actual Minds, Possible Worlds*. Cambridge: Harvard University Press (tr. it. *La mente a più dimensioni*. Bari: Laterza, 2003).
- Coppola C., Mollo M., Pacelli T. (2010). Deduzione come manipolazione linguistica: un’esperienza in una scuola primaria, *L’educazione matematica, Anno XXXI, serie I, vol. 2 n°3*.
- Eco, U. (2009, 30 maggio). La verità? È solo nella finzione. *La Repubblica*. Disponibile all’indirizzo <http://ricerca.repubblica.it/repubblica/archivio/repubblica/2009/06/30/la-verita-solo-nella-finzione.html>.
- Ferrari, P. L., Gerla, G. (2015). Logica e didattica della matematica, in Hosni, H., Lolli, G., Toffalori, C. (a cura di) *Le direzioni della ricerca logica in Italia* (pp. 143-184). Pisa: Edizioni della Normale.
- Ferrari P.L. (2004). *Matematica e linguaggio. Quadro teorico e idee per la didattica*. Bologna: Pitagora Editrice.
- Grice, H. P. (1975). Logic and Conversation. In Cole P., Morgan, J.L. (eds.) *Syntax and Semantics 3: Speech acts*. New York: Academic Press, 41-58 (tr. it. A cura di G. Moro, *Logica e conversazione*. Bologna: Il Mulino, 1993, 55-77)
- MIUR. (2012). Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell’infanzia e del primo ciclo d’istruzione. Disponibile al sito <http://www.indicazioninazionali.it/>.
- Smullyan, R. (1981). *Qual è il titolo di questo libro?*. Bologna: Zanichelli.
- Tortora, R. (2001). Una proposta sull’insegnamento della logica nella scuola media inferiore, in Navarra, G., Reggiani, M., Tortora, R. (a cura di), *Valutazione dei processi di apprendimento con particolare riferimento alle difficoltà, Atti del III Internuclei Scuola dell’Obbligo, Napoli 1999*.
- Zan, R. (2007). *Difficoltà in matematica. Osservare, interpretare, intervenire*. Milano: Springer.

#### Laura LOMBARDI (Salerno), *Il paradigma della programmazione logica e lo sviluppo di abilità deduttive nella scuola del primo ciclo*

La ricerca che qui presento si inserisce in una serie di ricerche svolte presso il Dipartimento di Matematica dell’Università di Salerno (Coppola et al., 2007; Coppola et al., 2010). Essa ha lo scopo di esplorare il rapporto tra la manipolazione linguistica e lo sviluppo di abilità logico-deduttive tramite la realizzazione di esperimenti didattici in alcune scuole del primo ciclo. A livello teorico ci si è ispirati ad un frammento della Logica Matematica che si presta particolarmente bene per scopi didattici, la programmazione logica e alle numerose ricerche in Didattica della Matematica sul ruolo degli artefatti nei processi di insegnamento-apprendimento della matematica (Bartolini Bussi & Mariotti, 2009). In particolare, nella mia ricerca si è posta l’attenzione sul ruolo del linguaggio, artefatto culturale per eccellenza, visto non come strumento di comunicazione e di rappresentazione del pensiero ma come “sistema di oggetti” sui quali applicare manipolazioni in accordo a date regole. Ciò è stato realizzato tramite l’utilizzo di tessere magnetizzate sulle quali è possibile scrivere (tessere appositamente ideate e poi fatte costruire da un falegname).

Gli esperimenti didattici realizzati hanno previsto una prima fase di “formalizzazione della conoscenza” in cui, a partire dall’analisi di un testo, riguardante una situazione di vita quotidiana, si è giunti alla costruzione di un “sistema di assiomi” (inteso come insieme delle informazioni contenute nel testo). Tale sistema viene ad essere costituito solo da fatti e regole e si traduce in una configurazione di tessere applicate ad una lavagna magnetica. Nella seconda fase, gli allievi hanno avuto il compito di valutare se una data informazione possa essere dedotta oppure no dal sistema di assiomi. La strategia dimostrativa suggerita agli allievi è consistita nella costruzione di percorsi deduttivi che, partendo dall’obiettivo, esplorano le premesse che, in base alle regole, permetterebbero di raggiungerlo.

Dai risultati ottenuti sembra emergere che l’utilizzo dell’artefatto-tessere abbia favorito fortemente la discussione collettiva su un oggetto visibile a tutti ed a cui tutti potevano riferirsi. Inoltre, ha reso il linguaggio un oggetto concretamente manipolabile consentendo di visualizzare la struttura “fisica” delle dimostrazioni e quindi di rendere possibili strategie dimostrative ed anche di evitare interferenze di tipo semantico, ovvero “implicature” (Ferrari, 2004).

In ogni caso la ricerca sembra dimostrare che attività di tipo logico-deduttivo si possono avviare con successo fin dai primi livelli scolastici.

#### **Riferimenti**

- Bartolini Bussi, M. G., Mariotti, M. A. (2009). Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij, *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze integrate*, vol.32 A-B n.3, 270-294.
- Coppola C., Gerla G., Pacelli T. (2007), Un progetto di ricerca: logica matematica per lo sviluppo di abilità dimostrative, *Periodico di Matematiche*, 1, 41-52.
- Coppola C., Mollo M., Pacelli T. (2010). Deduzione come manipolazione linguistica: un'esperienza in una scuola primaria, *L'educazione matematica*, Anno XXXI, serie 1, vol. 2 n. 3, 5 – 22.
- Ferrari, P.L. (2004). *Matematica e linguaggio. Quadro teorico per la didattica*. Bologna, Pitagora Editrice.

#### **Giovanni VINCENZI (Salerno), *Triangoli continui, progressioni geometriche e spirali logaritmiche***

Siano  $T = (a, b, c)$  e  $T' = (a', b', c')$  due triangoli di lati rispettivamente  $a, b, c$  e  $a', b', c'$ . Se  $T$  e  $T'$  sono simili,  $a$  è congruo ad  $a'$  e  $b$  è congruo a  $b'$ , possiamo concludere che i triangoli  $T$  e  $T'$  sono congrui? Come è noto la risposta è negativa. Coppie di triangoli di questo tipo esistono e vengono detti *quasi congruenti*. D'altra parte assegnato un triangolo  $T$  non è detto che esista sempre un triangolo quasi congruente ad esso; e se ciò accade il triangolo  $T$  si dice *continuo*. In questa comunicazione illustreremo alcune proprietà dei triangoli continui ed il loro utilizzo nella descrizione delle spirali logaritmiche.

#### **Agnese Ilaria TELLONI (Chieti-Pescara), *Chiaroscuri nell'insegnamento-apprendimento. Alcune lezioni di matematica dal mondo classico***

#### **Elisabetta GALLIANI - Luisella POLLERO (IC Carcare), *Dalle ombre del sole al primo approccio alla razionalità scientifica***

Nell'intervento si illustrano e discutono esempi di attività realizzate nel campo di esperienza delle ombre del sole. Si discute in particolare la scelta metodologica di lavorare in chiave argomentativa e si mostra come l'argomentazione favorisce un graduale passaggio dalla razionalità empirica alla razionalità teorica.

#### **Ilaria REBELLA (IC Savona 4), *Maestra ti spiego perché ha ragione Matteo. Dal pensiero empirico al pensiero formale attraverso un approccio argomentativo all'interno dei campi di esperienza***

Lo **scopo principale** di questa parte di lavoro svolto con le mie classi è la riflessione sulla forma del numero, sul sistema di scrittura e sulle regole convenzionali ad esso legate, cercando di abituare gli alunni a passare consapevolmente **da una forma di razionalità ad un'altra**, in particolare dal pensiero empirico, ancorato all'esperienza, a quello teorico e viceversa. Il percorso didattico è stato elaborato e sviluppato con il gruppo di ricerca coordinato dal Professor Paolo Boero e segue il Progetto "Bambini Maestri Realtà" con l'introduzione dell'**argomentazione** come filo conduttore tra un campo di esperienza e l'altro per lo sviluppo della consapevolezza degli alunni su quanto appreso.

Le tappe principali per la formalizzazione del numero nei cinque anni di scuola primaria, su cui si ritorna più volte a vari livelli di approfondimento e consapevolezza, sono:

la riflessione sulle regole di scrittura del numero e sui diversi significati che il numero può assumere;

il concetto di misura e il confronto tra misure "fisiche" (misure di lunghezza, di capacità, di peso), il cui rapporto è reale e sperimentabile, e misure di valore (euro), il cui rapporto è basato unicamente sulla convenzione;

le rappresentazioni diverse di uno stesso numero (forma decimale e frazionaria) e la collocazione sulla linea dei numeri, il confronto tra numeri e il confronto tra frazioni diverse di una stessa quantità e frazioni dello stesso tipo di quantità diverse;

le riflessioni su situazioni di proporzionalità diretta e su situazioni di proporzionalità inversa.

La metodologia consiste nell'abitudine ad argomentare le proprie idee e le proprie strategie e a "mettersi nei panni dell'altro", cercando di spiegare le idee o le strategie di un altro compagno, di trattare alcuni argomenti da diversi punti di vista in modo transdisciplinare (non tutti e non in modo forzato, solo quelli che si prestano particolarmente) secondo momenti di lavoro individuale alternati al confronto di elaborati, alla discussione e alla condivisione.

#### **Monica TESTERA (IC Carcare)-Francesca MORSELLI (Genova), *Lo sviluppo delle competenze argomentative nella scuola secondaria di primo grado***

Lo sviluppo di competenze argomentative trova ampio spazio nelle nuove Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione (MIUR, 2012). L'argomentazione riveste un ruolo centrale in quanto competenza trasversale e strettamente correlata alla formazione del cittadino. L'argomentazione è importante anche dal punto di vista didattico, in quanto può (e deve) divenire non solo un fine, una competenza da sviluppare, ma anche un mezzo, un discorso che contribuisce alla costruzione dei significati.

In questo contributo si affronta la seguente questione cruciale: *come promuovere lo sviluppo delle competenze argomentative?* A tal proposito, si descrive brevemente il progetto "Linguaggio e argomentazione nello studio della matematica", avviato nel 2007 dal Dipartimento di Matematica dell'Università di Genova nel quadro volto alla messa a punto, sperimentazione ed analisi di percorsi ad alto contenuto argomentativo. Successivamente, si presentano i presupposti teorici alla base del progetto, che guidano le diverse fasi di progettazione, implementazione e analisi. In particolare, si presenta il modello teorico della razionalità ripreso dal filosofo Habermas e adattato al caso particolare della didattica della matematica (Boero, Douek, Morselli & Pedemonte, 2010; Morselli & Boero, 2009).

Infine, si presentano alcuni episodi tratti dalle sperimentazioni realizzate all'interno del progetto, mettendo in evidenza l'importanza di particolari consegne.

#### **Riferimenti**

- Boero, P., Douek, N., Morselli, F. & Pedemonte, B. (2010). Argumentation and proof: a contribution to theoretical perspectives and their classroom implementation. *Proceedings of PME-34*, Vol. 1, pp. 179-209. Belo Horizonte: PME.
- MIUR (2012). *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione*. Annali della Pubblica Istruzione, Numero Speciale. Le Monnier.
- Morselli, F. & Boero, P. (2009). Habermas' construct of rational behaviour as a comprehensive frame for research on the teaching and learning of proof. In F. L. Lin et al (Eds.), *Proc. of the ICMI Study 19 Conference: Proof and proving in mathematics education*. Vol. 2, pp. 100-105. Taipei, Taiwan: Normal University.

#### **Lia ZUNINO (Scuola Primaria Mele, IC Voltri 1) *Facciamo i matematici! Teoria elementare dei numeri in classe V***

Il contributo racconta un'attività didattica svolta in una classe V Primaria in cui, a partire dalla soluzione di un problema aritmetico (trovare tutti i divisori comuni a due numeri interi consecutivi) si cerca di favorire la transizione da una razionalità empirica tipica delle prime soluzioni, ad una razionalità teorica. Il tutto con attività individuali e di discussione supportate da un gioco di voci-eco epistolare tra la classe (bambini e insegnante) e matematici di professione, che costituisce il contesto motivazionale dell'attività ma anche il necessario supporto scientifico.