

Pierdaniele Giaretta

Sulla costruzione di sequenze nella teoria
del soggetto creativo

Estratto da

C. Bernardi (a cura di), *Atti degli incontri di logica matematica* Siena 7-8-9
gennaio 1982, 15-16-17 aprile 1982, 4-5-6 giugno 1982.

Disponibile in rete su <http://www.aialogica.it>

E' noto che vi sono due concezioni di soggetto creativo, una stretta secondo la quale il soggetto creativo, che chiameremo Σ , può dimostrare in ogni stadio solo un numero finito di proposizioni, e una larga secondo la quale Σ può dimostrare in ogni stadio infinite proposizioni. In Creative Subject and Bar-theorem (di prossima pubblicazione negli atti del Brouwer Congress del 1981) E. Martino mostra come nella concezione larga si possa ottenere una proposizione intuizionisticamente non accettabile e ripropone in modo nuovo la concezione stretta, integrandola con un principio di cui è esaminata la connessione con il teorema di sbarramento. Nella parte finale del suo lavoro egli affronta la nota obiezione di Troelstra circa la coerenza della concezione stretta. La conclusione di Troelstra che la concezione stretta è da abbandonare o da integrare con l'introduzione di una opportuna gerarchia di livelli non è condivisa da Martino che mostra le difficoltà dell'uno e dell'altro corno dell'alternativa. La sua proposta è di non intendere l'espressione $\beta(x) = \alpha_x(x) + 1$ come una definizione di β , ma solo come "una semplice condizione sui valori di qualche ipotetica sequenza β ". Da questo punto di vista Σ non può costruire una sequenza soddisfacente quella condizione. Ma allora in che cosa consiste la costruzione di una sequenza a scelta? Una prima risposta è quella di far dipendere l'esistenza di una sequenza a scelta da un atto di concepimento e di distinguere questo dalle restrizioni sui valori che possono essere poste simultaneamente e successivamente nel corso del tempo. Tale risposta, che pure esige ulteriori chiarimenti e approfondimenti, si basa su un naturale sfruttamento delle caratteristiche ideali attribuibili al soggetto creativo. La distinzione tra concepimento e imposizione di condizioni e l'osservazione che nel caso di condizioni contraddittorie Σ avrà semplicemente cura di non porle si estendono alla stessa attività di scelta di Σ : ogni scelta di Σ dovrà essere consistente con l'attività costruttiva già svolta. Questa idea è illustrata in 1. e ulteriormente esaminata in 2. In 3., sulla base dell'analisi fatta in 1. e 2., si introduce un concetto generale di contradd

ditto di una condizione, che comprende come caso particolare un genere di contraddittorietà che si propone di qualificare assoluta. Nei tre paragrafi è sempre fatto riferimento alla concezione stretta, ma alcune osservazioni valgono anche per la concezione larga.

1. Allo stadio 0 Σ concepisca la sequenza di sequenze $\langle \alpha_n \rangle_{n \in \mathbb{N}}$ senza porre alcuna restrizione salvo che la sequenza n-esima sia scelta allo stadio n. Σ non esclude, d'altra parte, l'introduzione di restrizioni agli stadi successivi. Ad un certo stadio m Σ concepisce una sequenza β su cui impone la condizione $\beta(x) = \alpha_x(x) + 1$. Sosteniamo che dallo stesso carattere ideale della nozione di soggetto creativo segue che Σ non può scegliere come α_m proprio β o che Σ non può porre su β quella condizione. E' facile ipotizzare entrambe le situazioni.

2. Si consideri ancora una sequenza β e la condizione $\beta(x) = \alpha_x(x) + 1$, dove $\langle \alpha_n \rangle_{n \in \mathbb{N}}$ è la sequenza di tutte le sequenze che Σ costruisce esplicitamente ("esplicitamente" vuol dire "singolarmente e non, ad es., come valore di una sequenza di sequenze che non è stato ancora pensato nella sua individualità"). Se si suppone che Σ abbia effettuato la costruzione $\langle \alpha_n \rangle_{n \in \mathbb{N}}$, egli non potrà costruire una β che soddisfi la suddetta condizione. Ma si può dare anche una situazione in un certo senso opposta. Σ concepisca, allo stadio 0, una sequenza di sequenze α_j ; di sequenze α_{j_n} e una sequenza β su cui è posta la condizione $\beta(x) = \alpha_{j_x}(x) + 1$, dove α_j si suppone concepita e scelta da Σ in uno stadio successivo allo stadio 0. In tal caso Σ non può imporre ad α_j di essere la sequenza di tutte le sequenze esplicitamente costruite e quindi è questa costruzione a risultare impossibile come valore di α_j .

3. La contraddittorietà di una condizione è in generale relativa all'insieme delle costruzioni già effettuate. 1. e 2. mostrano come la contraddittorietà di una condizione possa dipendere dall'attività che il soggetto creativo ha già svolto. E' un caso particolare della generale nozione di contraddittorietà quello delle condizioni la cui contraddittorietà è indipendente da quante e quali costruzioni sono già state effettuate e perciò si potrebbe chiamare assoluta. Ne sono esempi condizioni banalmente contraddittorie come $\alpha(x) \neq \alpha(x)$ o $\alpha(x) = 0 \wedge \alpha(x) = 1$. Ma è facile formulare per la concezione

stretta di soggetto creativo una condizione sulle sequenze (includendo tra queste anche sequenze di numeri e sequenze) che sia tale da riprodurre per esse l'antinomia di Russell. Chiaramente una tale condizione costituisce un esempio di contraddittorietà assoluta.

Due direzioni nelle quali l'analisi che proponiamo può e deve essere approfondita sono: a) la relazione tra l'esistenza e l'individualità di un ente e la soddisfazione di particolari condizioni, b) la considerazione del linguaggio in cui le condizioni sono formulate. Da un più generale punto di vista filosofico si può anche considerare una certa somiglianza tra il nostro modo di intendere l'attività del soggetto creativo e l'atteggiamento di Wittgenstein verso le contraddizioni. In fatti nella caratterizzazione data di soggetto creativo queste sono riconosciute ed evitate in modo simile a come, secondo Wittgenstein, esse sono riconosciute ed evitate nell'attività matematica usuale, cioè in quanto impedimenti operativi, anche se nel notare l'analogia bisogna ovviamente tenere conto che nella concezione intuizionista si fa riferimento a un matematico altamente ideale. D'altra parte, diversamente da Wittgenstein, siamo fermamente convinti che questo modo di vedere non possa sostituire l'indagine delle ragioni logiche delle antinomie, ma solo collocarla in un'altra prospettiva.

Nota bibliografica

L.E.J.Brouwer, Collected Works, vol. I: Philosophy and Foundations of Mathematics, Amsterdam 1975
M.Dummett, Elements of Intuitionism, Oxford 1977.
E.Martino, Creative Subject and Bar-theorem, in corso di pubblicazione negli atti del Brouwer Congress 1981.
A.Troelstra, Principles of Intuitionism, Berlin 1969.