

Estratto da

A. Zanardo (a cura di), *Atti degli incontri di logica matematica* Volume 4,  
Siena 27-30 maggio 1987.

Disponibile in rete su <http://www.ailalogica.it>

**TAVOLA ROTONDA SUL TEMA "LA LOGICA NELLA MATEMATICA"**  
**INTERVENTO INTRODUTTIVO**

GIOVANNI PRODI  
Università di Pisa

Non sono per nulla esperto di logica: le mie letture di testi di logica sono state solo iniziali e, direi anche, piuttosto faticose. Potrei definirmi, peraltro, un tifoso della logica: mi pare che questo termine renda bene l'idea perchè esprime simpatia e ammirazione, anche se associate a scarsissima partecipazione personale. A questo proposito, vorrei dichiarare subito che ritengo essenziale un corso di logica nella formazione di un matematico: auspico che si tenga conto di questa esigenza nella riforma del piano di studi per la laurea in matematica.

Nel mio lavoro personale di matematico "pratico" non ho mai fatto uso di metodi consapevolmente e scientificamente logici. Penso che molti matematici operino sul terreno logico con la stessa buona coscienza con cui un ingegnere o un fisico operano sul terreno della matematica: cioè con la convinzione che le cose dette o scritte non siano certo ineccepibili, ma che un esperto le potrebbe rendere tali se occorresse.

I "peccati" tipici di un matematico "pratico" sul terreno della logica mi sembrano così individuabili:

- una certa confusione fra il livello teorico e quello metateorico
- una certa vaghezza riguardo al livello logico in cui si opera (se logica del primo ordine o di ordine superiore)

In realtà, il matematico comune lavora in un ambiente

che potrebbe essere quello di Zermelo-Fraenkel, ma senza scrupoli di tipo fondazionale. In particolare, i numeri naturali, i razionali, i reali, sono considerati come "oggetti esistenti in natura"; gli insiemi assumono il ruolo di una realtà quasi tangibile. Lo sconcerto viene quando, negli sviluppi ulteriori, la teoria degli insiemi si allontana dall'immediatezza dell'intuizione e si biforca. (Ad es. : sì o no all'ipotesi del continuo). Il matematico pratico è allora portato a farsi un recinto dove lavorare al sicuro: ma il disagio viene dal non sapere dove mettere i confini....

Ritengo che negli ultimi decenni i matematici abbiano fortemente accresciuto il rigore delle loro costruzioni: ma ciò è avvenuto, in generale, senza accrescere la formalizzazione delle loro esposizioni, ma piuttosto adottando definizioni più precise, rendendo auto-sufficienti gli enunciati, ecc....

Finora ho esposto i limiti dell'interesse che un matematico comune può avere per la logica. Ma se, personalmente, come ho detto, mi sento un tifoso della logica è soprattutto perchè ritengo che la logica possa aiutare il matematico a "dare senso" al suo lavoro. Penso che nessuna scoperta fatta nel campo della matematica in questo secolo sia paragonabile per importanza a quella dei teoremi di incompletezza di Gödel. Da quelle scoperte sono portato a trarre un po' di diffidenza per le assiomatizzazioni del tutto artificiali ed una rivalutazione per le teorie matematiche che sono in qualche modo suggerite da una "realtà". Nel mio personale lavoro di analista intento ai problemi di fisica-matematica tro-

vo particolarmente gratificante l'interpretazione e la verifica in termini "reali" dei risultati raggiunti attraverso la deduzione.

Credo, comunque, che un poco di tecnica logica sia molto importante anche per il matematico "pratico". Cito, in particolare, la teoria dei modelli ; il teorema di compattezza, ad esempio, ha applicazioni che fanno un certo colpo. L'analisi non-standard è il settore in cui i matematici, e soprattutto gli analisti, si sono più sbilanciati verso la logica. E' stato un vero peccato che ne sia venuta una reazione di delusione; forse i matematici attendevano uno strumento nuovo che servisse alla soluzione di problemi vecchi, mentre l'interesse maggiore dell'analisi non-standard sta forse nel poter porre e risolvere problemi di tipo nuovo. L'incontro del matematico comune con l'analisi non-standard riserva molte sorprese interessanti : alcuni aspetti dell'analisi classica risultano semplificati, e quasi banalizzati, mentre altri pongono difficoltà nuove. L'analista non particolarmente allenato rischia di prendere grosse cantonate, soprattutto là dove si deve operare un'attenta distinzione fra enti standard e non-standard.

Vorrei ancora esprimere un'impressione : mi pare che i rapporti fra la matematica tradizionale e la logica siano sempre più favoriti e mediati dall'informatica. Ciò anche per motivi di carattere didattico : infatti, l'informatica ha il pregio di rendere concrete -con l'impiego effettivo o immaginato del calcolatore- le operazioni di codificazione, traduzione, formalizzazione. Mi ha fatto notevole impressione la facilità con cui si dimostra l'indecidibilità del problema della terminazione

degli algoritmi, contrapposta alla difficoltà con cui si dimostrano i classici teoremi di indecidibilità :l'impiego del calcolatore rende spontanea l'immersione della meta-teoria nella teoria.

Personalmente, mi sento molto suggestionato dalla teoria generale dell'informazione (complessità di una stringa intesa come minima lunghezza di un programma che può generarla ; definizione di stringa casuale, ecc....). La mia impressione è che si possano attendere risultati molto interessanti da un'interazione fra logica e probabilità.

Vorrei concludere questo intervento mettendo l'accento sui problemi dell'insegnamento. Anzi, poichè mi occupo di questi problemi in modo abbastanza concreto, ritengo che la maggiore utilità del mio discorso possa riguardare proprio questo campo. In questo periodo si sta preparando, a cura del Ministero della P.I. e degli istituti regionali che si occupano della ricerca educativa (gli IRRSAE) una grossa campagna di aggiornamento per gli insegnanti elementari ; l'iniziativa, per vastità dei mezzi impiegati, non ha precedenti nella storia della scuola italiana. L'educazione logica compare fra i punti più qualificanti del programma. Posso dire, per diretta esperienza, che da parte dei maestri vi è un'enorme richiesta di logica; nei corsi di aggiornamento la presentazione dei più elementari argomenti di logica ha un successo che non ha paragone con quello di altri temi. Alla base di questa domanda può esserci un po' di infatuazione o di ingenuità, come se la logica, "insegnando a ragionare", fosse la chiave di tutto lo scibile. Ma vorrei invitare tutti i logici presenti a non sottrarsi a questo compito di diffusione e di divulgazione, qualora ne siano richiesti. L'intervento dell'es-

perto, anche a livelli elementari, è utilissimo perchè mette in luce gli spetti fondamentali e previene gli errori. Purtroppo oggi si stampano libri di testo in cui non compaiono solo errori dovuti a banale ignoranza, temperata da buon senso, ma anche errori sofisticati e maligni, causati spesso da una traduzione didattica di tesi non capite.

Il discorso sull'insegnamento potrebbe portarci troppo lontano. Vorrei solo aggiungere che anche nei nuovi programmi della scuola media (del 1979) sono stati introdotti elementi di logica, e che nei recentissimi programmi per il biennio della scuola secondaria superiore -che stanno per essere adottati a titolo sperimentale- sono stati introdotti alcuni elementi di logica accanto a quelli di informatica.

In conclusione : mi pare significativo che le recenti riforme dei programmi abbiano introdotto la logica, in ogni ordine scolastico. Si tratta di un'innovazione -o di un ritorno all'antico - da cui si possono attendere ottimi effetti sia sul piano educativo che su quello scientifico.