

Estratto da

M. Barra e A. Zanardo (a cura di), *Atti degli incontri di logica matematica*  
Volume 5, Roma 6-9 aprile 1988.

Disponibile in rete su <http://www.ailalogica.it>

## **L'INSEGNAMENTO DELLA LOGICA NELLE SCUOLE ELEMENTARI E MEDIE**

**GIANGIACOMO GERLA**  
Università della Basilicata

### **1. Logica ed insiemistica**

L'opportunità di introdurre elementi di logica matematica fin dalle elementari è cosa ormai abbastanza riconosciuta negli ambienti della didattica della matematica. D'altra parte la stessa, fin troppo diffusa, insiemistica conduce in modo naturale, direi inevitabile, ad una precisa definizione dei connettivi logici in corrispondenza alle operazioni di unione, intersezione e complementazione. Ciò ha portato allo svilupparsi di numerose sperimentazioni che continuano quelle ormai consolidate di introduzione di elementi di insiemistica.

Eppure, pur non volendo sottovalutare il valore di tali attività, mi chiedo se in esse si realizzano realmente le grandi potenzialità della logica matematica nell'ambito della didattica della matematica. Ma, naturalmente, ogni discorso in proposito dipende da cosa si intende per logica matematica e su questo si possono avere (e si hanno) le idee più diverse.

La logica matematica può essere infatti considerata la scienza che indaga solo gli aspetti assertivi del linguaggio, scienza che quindi esamina come la verità delle proposizioni composte dipenda dalla verità delle proposizioni componenti (semantica) o come sia possibile "produrre" nuove asserzioni a partire da date asserzioni (sintassi, teoria della dimostrazione). Per quanto ne so, le attuali sperimentazioni di introduzione della logica nelle elementari rispecchiano tale punto di vista, anche se, non prevedendo nessun livello di formalizzazione del linguaggio, sono costrette a puntare sugli aspetti semantici piuttosto che su quelli sintattici.

Un'altra possibilità è ritenere che ciò che caratterizza la logica matematica non sia tanto il particolare oggetto di studio che storicamente si è scelto, il linguaggio

assertivo, quanto i suoi metodi di indagine. Ciò porta a considerare irrinunciabili certi momenti qualificanti quali la formalizzazione del linguaggio oggetto, la distinzione tra linguaggio oggetto e metalinguaggio, la precisa definizione della semantica con la possibilità di più interpretazioni di uno stesso linguaggio, la distinzione tra semantica e sintassi e così via. Allo stesso tempo il campo di azione della logica matematica viene considerato molto più ampio, tanto da comprendere, ad esempio, le grammatiche di Chomsky, la computabilità ed i linguaggi dell'informatica.

Io tendo a considerare più interessante questo secondo punto di vista, almeno per quello che riguarda la didattica e la psicologia dell'apprendimento. Infatti esso permette di porre al centro dell'attenzione le capacità linguistico-matematiche dei bambini nella loro globalità. Mi riferisco ai meccanismi di riconoscimento-produzione del linguaggio (grammatica), alla abilità di "contare all'infinito", ai procedimenti di ricorsione e di induzione che stanno alla base delle operazioni aritmetiche. Mi riferisco ancora agli aspetti procedurali del linguaggio che giocano un ruolo fondamentale nel pensiero del bambino. Insomma si tratta di prendere in adeguata considerazione il ruolo del linguaggio nello sviluppo delle capacità matematiche del bambino. In proposito, interessanti punti di riferimento mi sembrano essere le ricerche di alcuni psicologi russi tra cui il più celebre è Vygotsky. Ecco qualche citazione che dovrebbe apparire interessante ai logici:

"Il pensiero, trasformandosi in linguaggio, subisce invece un mutamento nella sua struttura e nel suo aspetto: esso non si esprime semplicemente nella parola, ma si realizza in essa".

"La disciplina formale dei concetti scientifici trasforma gradualmente la struttura dei concetti spontanei del bambino a più alti livelli di sviluppo" \*.

" Cominciamo con l'analizzare la natura dell'incapacità per la matematica. Il primo problema che sorge a questo proposito è: la relazione fra componenti visivo-immaginative e componenti logico-verbali dell'attività intellettuale sostiene o no un ruolo centrale? ... Dato che la matematica è essenzialmente una scienza che tratta delle proprietà astratte e generalizzate degli oggetti e dei loro rapporti, è naturale porsi il problema: può il predominio della componente immaginativo-visiva del pensie

\* L.S. Vygotsky, "Pensiero e linguaggio" Ed. Giunti-Barbera.

ro su quella logico-verbale essere una delle cause di una incapacità relativa per la matematica?" \*.

Tutto ciò non mi sembra essere adeguatamente presente nelle ricerche di Piaget che, in generale, sono alla base dell'attuale modo di rapportarsi alla matematica nelle elementari. Esse sembrano infatti ispirarsi ad una concezione insiemistico-strutturalista più che linguistico-computazionale della matematica. Basti pensare all'approccio insiemistico ai numeri ed alle operazioni aritmetiche che non tiene in nessun conto di come questi numeri vengono appresi ed utilizzati dai bambini (imparare a contare significa imparare solo i nomi dei numeri o è un momento fondamentale in cui si comincia ad imparare i numeri?). Così per eseguire l'operazione  $10000+4000$  si deve affrontare l'impresa di trovare due insiemi (disgiunti) di 10000 e 4000 oggetti, unirli e poi mettersi a contare. Basti pensare, ancora, a come venga trascurato (ignorato per quanto ne so io) il principio di induzione che, pure, costituisce la base principale della matematica.

## 2. Informatica povera: un tentativo.

Per chiarire come si potrebbe concretamente procedere voglio accennare ad alcune esperienze, peraltro ancora allo stato iniziale, di un gruppo di ricerca per la didattica della matematica nelle elementari che abbiamo formato a Napoli. Di tale gruppo fanno parte, oltre a me, due Ricercatrici della cattedra di Psicologia dell'Età Evolutiva della Facoltà di Scienze, le dottoresse Stefania Vescia e Laura Sespito, ed un gruppo di insegnanti elementari. Si tratta della creazione e dell'uso di semplici linguaggi procedurali in corrispondenza a date situazioni o problemi.

L'idea non è certamente nuova, essa appartiene ad un interessante approccio alla didattica della informatica che va sotto il nome di *informatica povera* \*\*. Rispetto ad

\* V.A. Krutetskij "Alcune caratteristiche del pensiero in scolari con scarsa attitudine per la matematica" in Vygotskij-Lurija-Leontjev *Psicologia e Pedagogia* Editori Riuniti.

\*\* Il punto di vista dell'informatica povera è che si debba introdurre i bambini al pensiero informatico fin dalle elementari ma senza fare uso necessariamente dei calcolatori che è rimandato alle medie inferiori e superiori. Si veda ad esempio M. Fasano ed altri "Il maestro e l'informatica", Ed. La Nuova Italia (1986).

analoghe ricerche, noi abbiamo voluto però accentuare il carattere simbolico-algebrico dei linguaggi che si andavano creando nella classe, ponendone in rilievo non solo gli aspetti semantici ma anche quelli sintattico-manipolativi.

Il problema proposto alle classi all'inizio consiste nel dover dirigere i movimenti di un bambino in una stanza tramite un linguaggio il più sintetico e preciso possibile. Il linguaggio che, dopo esperimenti ed oscillazioni nelle decisioni, ne è uscito fuori e che è stato "socialmente accettato" dalle classi fino a diventare il linguaggio ufficiale è il seguente. Le lettere A, N, S, E, O rappresentano le *istruzioni* :

A = fai un passo in avanti ; N = ruota verso nord ; S = ruota verso sud ;  
E = ruota verso est ; O = ruota verso ovest.

Chiamiamo *programma* ogni sequenza di istruzioni che cominci con un orientamento. Un esempio di programma è SAAENA che si legge "orientati a sud, fai un passo, fai un passo, orientati ad est, orientati a nord, fai un passo. I programmi coincidono quindi con le parole, non iniziati con A, nell'alfabeto {A,N,S,E,O}; e sono gli analoghi delle formule ben formate della logica. L'insieme dei programmi costituisce il nostro linguaggio formale, linguaggio che ammette anche interpretazioni diverse da quella standard dei movimenti di un bambino in una stanza. Infatti un programma può essere interpretato da un bambino che traccia un disegno su di un foglio di carta quadrettato o che sposta una pedina su di una scacchiera o che "telecomanda" un robot. Non è escluso, ovviamente, che il programma possa essere interpretato da un calcolatore che fa muovere un punto o traccia un disegno sullo schermo.

Il linguaggio può poi essere manipolato con regole simili alle regole di inferenza che si considerano in logica. Infatti ogni interpretazione (o gruppo di interpretazioni) definisce una corrispondente relazione di equivalenza tra programmi quando si chiamino *equivalenti* due programmi che determinano lo stesso risultato. Ad esempio possiamo chiamare equivalenti due programmi che determinano lo stesso spostamento del bambino nella stanza oppure quando determinano lo stesso disegno. Fissata poi una nozione di equivalenza, è possibile introdurre delle regole che permettono di passare da un programma ad un programma equivalente più semplice. Un esempio potrebbe essere la regola di "cancellazione a sinistra": dati due orientamenti consecutivi può essere cancellato il primo orientamento. Con tale regola è possibile per esempio derivare dal programma SAAENA il programma SAANA.

Ma altre regole sono possibili, anzi è possibile anche introdurre un concetto rigoroso di dimostrazione come applicazione reiterata di regole.

Infine il linguaggio proposto, pur essendo procedurale, può costituire la base per il passaggio al linguaggio assertivo della aritmetica e della geometria. Ad esempio, per l'aritmetica degli interi relativi basta restringersi al sottolinguaggio {A,N,S} aggiungendo il simbolo = (interpretato come equivalenza di programmi) ed il simbolo + (interpretato come giustapposizione di programmi). Discorso analogo, ma più complesso ed interessante, è possibile fare con la geometria di cui si verrebbe a dare una versione "costruttiva" in termini di equivalenza di cammini.

Naturalmente è possibile anche aggiungere nuove istruzioni in corrispondenza ad altre azioni che si vuole siano eseguite; si possono ad esempio considerare istruzioni che dicano di raccogliere o posare oggetti. Va poi detto che l'attività in classe si svolge principalmente tramite giochi-problemi del tipo "cercare il tesoro", "fare il cammino inverso", "uscire da un labirinto", "il campo minato", "trasmettere un disegno", "trovare il simmetrico di un disegno", "ingrandire un disegno", che spesso si traducono nella individuazione di processi di trasformazione dei programmi.

### 3. Torniamo alla logica.

Che ha a che fare tutto ciò con la logica? Ovviamente i linguaggi di cui parlo sono linguaggi procedurali e non linguaggi assertivi i quali, come dicevamo, sono per tradizione al centro del campo di indagine dei logici. Eppure la loro introduzione permette, fin dalle elementari, di fare cose "care" ai logici quali:

- introdurre esempi di linguaggio formale (e ciò rende naturale la distinzione tra linguaggio e metalinguaggio);
- introdurre il concetto di interpretazione di un linguaggio e far vedere che uno stesso linguaggio può ammettere diverse interpretazioni ;
- introdurre una fase di manipolazione del linguaggio tramite regole simili alle regole di inferenza.

Ora tutto ciò sembra invece difficilmente proponibile in una scuola elementare se si guarda solo al calcolo proposizionale o al calcolo dei predicati. Gli stessi estensori dei programmi ministeriali delle elementari si mostrano coscienti di ciò quando si preoccupano di escludere esplicitamente la formalizzazione della logica. Infatti negli attuali programmi si può leggere che "L'educazione logica più che oggetto di

insegnamento esplicito e formalizzato deve essere argomento di riflessione . . . "

"il linguaggio naturale ha ricchezza espressiva e potenzialità logica adeguata . . . "

"la simbolizzazione formale di operazioni logico insiemistiche non è necessaria . . . "

Ed infatti le sperimentazioni di introduzione della logica nelle elementari, almeno per quanto ne so io, si risolvono in un processo, peraltro importante, di regimentazione dei momenti assertivi del linguaggio naturale. E' indiscutibile che ciò appartenga alla logica; quanto abbia a che fare con la (logica) matematica dovrebbe essere oggetto di discussione. Lo stesso discorso credo si debba fare per l'insiemistica se non si vuole che la matematica si riduca alla "matematica delle patate" come a volte si dice ironicamente. Ma, a parte le questioni di appartenenza, mi sembra un errore, forse inevitabile se ci si limita al linguaggio assertivo, riferirsi al solo linguaggio naturale. Ciò sia per quanto riguarda la matematica, che è anche capacità di manipolare semplici linguaggi artificiali, sia per quanto riguarda l'acquisizione della capacità di un uso cosciente dello stesso linguaggio naturale. Questo è, appunto, **troppo naturale** (e troppo complesso) per i bambini perchè possa essere oggetto di adeguata riflessione; lo stimolo alla comprensione può nascere solo dalla esigenza di padroneggiare situazioni nuove. Ne segue che solo introducendo ed esaminando nuovi e più semplici linguaggi si crea l'occasione e l'esigenza di riflettere sul concetto generale di linguaggio.

Considerazioni simili sono alla base della introduzione, nell'insegnamento elementare, di sistemi di numerazione in base diversa da dieci. La numerazione in base dieci e i corrispondenti algoritmi per le operazioni sono cose tanto naturali per i bambini che appare difficile indurli ad una riflessione su tali concetti che vada oltre gli automatismi acquisiti. Solo spostandosi verso le numerazioni in base diversa da dieci si crea una situazione abbastanza nuova e generale da rendere possibile rimettere in discussione quanto già si padroneggia. Ciò si risolve, in particolare, in un più elevato livello di comprensione della "naturale" numerazione in base dieci.