

Estratto da

M. Barra e A. Zanardo (a cura di), *Atti degli incontri di logica matematica*
Volume 5, Roma 6-9 aprile 1988.

Disponibile in rete su <http://www.ailalogica.it>

L'INSEGNAMENTO DELLA LOGICA NELLE SCUOLE MEDIE SUPERIORI

GIOVANNI PRODI
Università di Pisa

1- Perché la logica nella S.S.S.. I nuovi programmi del biennio affidano alla logica la funzione di cerniera fra l'informatica e la matematica tradizionale. Sarebbe tuttavia restrittivo vedere in questa sola funzione il motivo dell'inserimento (o ricupero) della logica fra le materie della Scuola Secondaria Superiore. Che vi sia un motivo più profondo e generale lo si può evincere dal fatto che, a distanza di pochi anni, la logica è stata inserita in tutti i nuovi programmi, anche in quelli della scuola media (1978) e della scuola elementare (1983). Questo inserimento simultaneo a tutti i livelli scolastici può ricordare - suscitando qualche preoccupazione - l'avvento dell'insiemistica di circa venti anni fa. Sono però convinto che l'introduzione della logica non sia effetto di una moda, ma risponda a motivazioni ben più profonde, che io individuierei così:

- 1- necessità di una maggiore consapevolezza nell'attività matematica.
- 2- rivalutazione della componente formale
- 3- sforzo di dare all'insegnamento della matematica quell'incidenza culturale di cui esso, in generale, manca.

Il primo scopo si inquadra in una linea di tendenza "metacognitiva" che gli psicologi dell'apprendimento hanno molto sottolineato in

questi ultimi anni (*) : l'apprendimento migliora e la risoluzione dei problemi diventa più facile se il soggetto è messo in grado di riflettere a quello che sta facendo quando risolve un problema, quando svolge una dimostrazione. Questo punto di vista mette in evidenza la logica intesa non come un complesso di regole per ben ragionare (i programmi mettono giustamente in guardia dal pretendere che la logica fornisca, ancor prima di saper ragionare, le regole per un buon ragionamento), ma come una riflessione sulle operazioni che spontaneamente compiamo quando pensiamo. Certamente è cosa di straordinario interesse (da dover essere fatta gustare all'allievo) che queste stesse operazioni possano essere inquadrare in strutture di tipo matematico. E' anche vero, peraltro, che la logica si applica bene a situazioni già abbastanza matematizzate: quando viene applicata al linguaggio naturale, essa provoca una schematizzazione che fa guadagnare molto in precisione, ma che, in generale, fa perdere quanto a capacità espressiva.

La seconda motivazione - cioè la necessaria rivalutazione della componente formale - è quella che viene messa più in evidenza nel testo dei nuovi programmi. Infatti, è proprio sul terreno formale che si può realizzare un'unità metodologica fra informatica, logica, e temi di matematica tradizionale (soprattutto algebra). L'esigenza di distinguere sintassi da semantica, di separare i vari piani di linguaggio è vivissima nell'informatica, dove si hanno conseguenze

.....
 (*) Nell'ultimo congresso del P.M.E. (Psychology of Mathematics Education) (Montreal, 1987) un'intera sezione è stata dedicata ai processi metacognitivi.

operative immediate . Un qualsiasi manuale di informatica fa ampiamente uso di nozioni di questo tipo, sia pure con un lessico che non coincide con quello impiegato nei testi di logica. Ci si può meravigliare, ad esempio, che i nuovi programmi introducano lo strumentario delle grammatiche generative (come le variabili metateoriche, la distinzione fra i simboli terminali e non terminali ecc.). Ma si tratta di nozioni di uso corrente nella pratica dell'informatica: tanto vale allora presentarle in forma chiara , una volta per tutte. A mio parere, l'informatica non è solo (piaccia o non piaccia...) l'occasione contingente del rinnovamento che auspichiamo , ma essa ci fornisce anche i supporti operativi senza i quali il rinnovamento non funzionerebbe. Ogni ragazzo che opera su un calcolatore deve seguire nel costruire un programma precise norme sintattiche: ad esempio, deve tener ben distinto il testo del programma dalle regole di programmazione , o dai commenti al programma, che non devono essere interpretati come istruzioni (e che devono essere inclusi fra virgolette). L'esecuzione del programma fornisce una verifica dell'apprendimento delle regole sintattiche. Si capisce bene che, in questa situazione, sarebbe deleterio che l'insegnamento dell' algebra nelle nostre scuole secondarie restasse in quello stato di rozzezza, di chiusura e di scarsa consapevolezza in cui generalmente si trova.

La terza motivazione -quella culturale- non ha bisogno di molte spiegazioni. Lo stato di sudditanza culturale in cui si trovano attualmente - in generale - i nostri professori di matematica delle scuole secondarie è impressionante. Spesso, se gli allievi sanno

qualcosa di logica (o di altri aspetti generali di conoscenza scientifica) lo devono all'insegnante di filosofia...Ma sia chiaro che non ne faccio una colpa agli insegnanti : la responsabilità principale è dell'insegnamento universitario. Quattro anni impiegati in pur raffinate tecniche matematiche, ma senza punti di riferimento, senza motivazioni e senza supporto storico, lasciano una traccia di vuoto difficilmente colmabile, specialmente se questo processo è avvenuto con sofferenze e frustrazioni.

2- Una linea didattica tutta da scoprire. Dalla lettura dei nuovi programmi e dalle considerazioni che abbiamo svolto risulta evidente che la logica non è solo vista come una componente metodologica implicita nell'insegnamento della matematica, ma anche come materia esplicita di insegnamento. Il testo abbozza anche qualche linea di contenuto, ma, a dire il vero, con molta incertezza e reticenza. Non c'è da meravigliarsene, perché questi programmi sono stati fatti necessariamente "a tavolino", senza poter disporre di una vera sperimentazione didattica. Quindi, a mio parere, le possibili linee di attuazione didattica sono ancora tutte da scoprire.

Come cominciare? Mi pare che sia opportuno cominciare con la logica proposizionale perché la sua struttura algebrica, il suo carattere finitistico la rendono più facilmente dominabile. E' vero che, come ha chiaramente messo in evidenza J.M. Bochenski in un articolo recentemente apparso su "La Nuova Secondaria", la logica proposizionale è stata scoperta nell'epoca classica - e poi, in un certo senso, riscoperta nel medio evo - dopo la logica dei predicati

(perlomeno dopo la logica sillogistica). Ma questo non vuol dire che nella didattica si debba seguire il medesimo ordine: è infatti una costante della storia della matematica che le nozioni più semplici vengano scoperte per ultime. Ma, una volta che esse siano scoperte, non sarebbe saggio imitare nell'insegnamento le tortuosità del cammino storico, privandosi delle potenzialità di sintesi e di semplificazione che si sono conquistate.

Con ciò, non si può negare che anche la logica proposizionale ha le sue difficoltà e le sue insidie. Ad esempio, la presentazione corretta del connettivo di implicazione richiede dall'insegnante una piena capacità di confrontare il linguaggio formalizzato della logica con il discorso naturale, motivando tutte le discrepanze che si trovano e facendole accettare in ciò che hanno di apparentemente paradossale.

Il rischio che la logica sia male insegnata è serio; se ne può avere un'idea sfogliando alcuni dei libri già pubblicati non solo per il biennio ma anche per gli istituti tecnici, in cui qualche elemento di logica è già in programma da tempo, in alcune sezioni. Oltre agli errori veri e propri, c'è il rischio delle banalità imputabili alla mancanza di una precisa finalizzazione. Penso, ad esempio, alle tavole di verità, che pure sono necessarie, ma che rischiano di annoiare mortalmente l'allievo perseguitandolo dalla scuola elementare fino all'Università (con lo stesso ruolo che avevano di diagrammi di Eulero-Venn, durante il "boom" dell'insiemistica : questi diagrammi comparivano in tutti i libri, ad ogni livello scolastico, con opprimente monotonia). Vorrei segnalare, soprattutto ai logici di professione, la difficoltà, a mio parere, più seria sul piano

didattico: la mancanza di un campo di problemi adatti a questo livello scolastico. Voglio dire: problemi belli, naturali, non cervellotici. Nella letteratura logica in cui mi sono imbattuto, ho trovato che si passa di colpo da problemi banali a problemi estremamente difficili. Forse anche in questa esigenza l'informatica potrà aiutarci; un campo molto interessante di esercizi può essere quello della traduzione automatica fra linguaggi molto semplici (ad es.: tradurre espressioni dell'algebra di Boole in espressioni aritmetiche operanti sui simboli 0 ed 1). I programmi accennano inoltre ai linguaggi di programmazione a base logica (come il Prolog) ; forse anche in questo campo occorrerà tentare di tracciare un cammino didattico significativo, riuscendo a stare in bilico fra il banale e il troppo difficile.

3- La scelta dei contenuti per il triennio. Nel primo biennio, a motivo dell'imaturità dell'allievo e della sua ancora scarsa familiarità con i processi deduttivi, le nozioni di logica, pur divenendo, come si è detto, materia di insegnamento esplicito, non possono che restare ad un livello iniziale. Nel successivo triennio, specialmente verso la sua conclusione, si possono forse raggiungere mete interessanti, che io così individuare

- 1- la nozione di sistema formale e di modello.
- 2- la nozione di calcolabilità
- 3- la nozione di decidibilità.
- 4- la nozione generale di informazione.

Un breve commento. Sul punto 1 si tratta di trarre conclusioni precise

da quanto l'allievo ha già appreso; la distinzione fra sistemi formali e modelli mi pare molto importante anche come elemento di sistemazione delle conoscenze matematiche già acquisite.

Particolare importanza culturale ha, a mio parere, il punto 2. La logica (con qualche primo elemento sulla cardinalità) ha il compito di porre chiaramente i confini dell'informatica: non tutte le funzioni $N \rightarrow N$ sono calcolabili!

Anche il punto 3 è culturalmente importante; esso però presenta notevoli difficoltà sul piano didattico. A mio parere, anche in questo caso l'informatica può fornire delle preziose vie di aggiramento. Penso alla dimostrazione (in forma più o meno rigorosa) della impossibilità della decisione per il "problema della terminazione di un calcolo", una dimostrazione certamente non complicata, che ha la forma di un grazioso rompicapo. Per analogia non dovrebbe essere impossibile farsi un'idea di altri importanti risultati di indecidibilità, e della loro importanza.

Il punto 4 potrebbe essere una riflessione utile, una specie di punto di arrivo di tutto il lavoro sviluppato sul piano formale, in vari settori. La nozione di complessità vi potrebbe essere utilmente presentata.

Su questi punti, che ho un po' affrettatamente segnalato, manca ancora non solo una pianificazione didattica, ma anche una precisa delimitazione. Sarebbe importante, prima di procedere, avere presto qualche indicazione da chi sta già sperimentando i nuovi programmi del biennio. Ad esempio, manchiamo ancora di concrete indicazioni circa la difficoltà di apprendimento della logica. La mia impressione è che le

difficoltà siano notevoli, ma che vi sia anche una particolare attrazione, che può produrre una notevole tensione cognitiva negli allievi.

Le nozioni che ho elencato mi sembrano molto importanti, anche per la loro rilevanza culturale e sociale. Sono convinto, ad esempio, che, malgrado tutti gli inevitabili e doverosi entusiasmi per l'informatica (di cui qualcuno, da quanto ho detto, mi avrà già fatto colpa) sarà molto importante, nel prossimo futuro, condurre anche un'opera di demitizzazione culturale dell'informatica stessa. Penso che a questo scopo un po' di cultura logica sarà utilissima. Ritengo dunque che sarebbe il caso di raccontare i temi che ho elencato -opportunitamente volgarizzati- a tutti gli allievi della Scuola Secondaria Superiore, cercando di approfondirli maggiormente per gli studenti degli indirizzi scientifici.