

Estratto da

M. Barra e A. Zanardo (a cura di), *Atti degli incontri di logica matematica*
Volume 5, Roma 6-9 aprile 1988.

Disponibile in rete su <http://www.ailalogica.it>

CI È UTILE LA LOGICA PER INSEGNARE MATEMATICA? – UN'ESPERIENZA IN PRIMA LICEO SCIENTIFICO

ALBA DI CARLO¹, ANNAROSA SCARAFIOTTI²

¹ Scuola media superiore Torino

² Politecnico di Torino

Introduzione

La sperimentazione si è svolta in due classi prime nelle quali, secondo i Nuovi Programmi per la secondaria superiore, ho dato spazio all'introduzione dei primi elementi di logica, adeguando i miei interventi alla metodologia proposta dagli autori del libro di testo adottato.

Si è lavorato su : proposizioni, insieme di verità, operazioni logiche, tavole di verità, quantificatori, implicazioni, condizione necessaria e sufficiente, tautologie e contraddizioni - si è sviluppato in dettaglio il capitolo sulle relazioni, approfondendo l'indagine sulle relazioni d'ordine.

1. Motivazione

L'insegnamento della matematica, segnatamente della geometria, incontra una notevole resistenza negli studenti i quali comprendono con difficoltà la necessità della "dimostrazione".

Il passaggio da un'impostazione intuitiva all'uso costante del metodo ipotetico-deduttivo non sembra, per così dire, richiesto

Lavoro svolto nell'ambito del Nucleo di Ricerca Didattica C.N.R.
- contratto n. 87.00986.01 presso il Dipartimento di Matematica
del Politecnico di Torino.

dal naturale processo di maturazione dell'allievo. In altri termini la richiesta di una spiegazione razionale dei contenuti proposti, è da collegare alla necessità individuale di "capire" e non all'esigenza della costruzione di un sistema assiomatico mediante regole prefissate. In particolare gli studenti meno dotati distinguono con difficoltà, nell'enunciato di un teorema, l'ipotesi dalla tesi, confondendo il teorema diretto con il suo inverso, se questo è ancora un teorema.

Di qui il quesito: può servire introdurre conoscenze di logica? A quale livello?

Tale quesito necessita di risposta sul piano conoscitivo, pertanto l'eventuale esemplificazione per mezzo di circuiti elettrici è stata scartata al fine di stimolare prevalentemente l'attività di pensiero.

2. Obiettivo didattico primario è stato quello di guidare l'allievo a processi di astrazione, cercando, attraverso la logica, buone valenze per l'apprendimento dell'arte di ragionare. Si è perseguita inoltre l'acquisizione di un linguaggio rigoroso e di una simbologia standard.

Tali obiettivi sono stati esplicitati, motivati e chiariti con esempi in modo tale che la scelta del docente fosse condivisa dagli studenti.

3. Sviluppo del programma

Poichè gli allievi non avevano conoscenze sulla teoria degli insiemi, prima di introdurre i concetti di logica, ho introdotto i concetti di insiemi, sottoinsiemi, inclusione etc. secondo il seguente schema che traccia anche un percorso verso l'astrazione:

- | | |
|----------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| 1) Insiemi finiti non numerici; | 2) Insiemi finiti numerici; |
| 3) Insiemi geometrici finiti
e infiniti ; | 4) Insiemi infiniti numerici
e geometrici; |

In tal modo abbiamo cominciato ad usare la parola infinito e poi a notare, in modo qualitativo, che N e Q sono due insiemi entrambi infiniti, ma Q è denso mentre N non lo è. Su tali basi, è stato definito l'insieme di verità delle proposizioni.

Nello studio delle proposizioni e dei predicati è stato necessario utilizzare proposizioni il cui valore di verità fosse, per così dire, conclamato (es. 3 è un numero dispari), è stato così possibile approssciare il calcolo proposizionale e le relative tavole di verità. I ragazzi erano in grado di verificare se una determinata stringa risultava V o F e se era una tautologia o no, ma le proposizioni p e q che entravano nella stringa dovevano essere esplicitate e "controllabili" sia a priori che a posteriori.

Gli argomenti di logica sono stati diluiti nel tempo per consentire agli allievi di assimilarli, padroneggiarli e di applicarli ad un dominio di conoscenza sempre più vasto, via via che si studiavano le operazioni tra insiemi, le relazioni di equivalenza, le relazioni d'ordine.

Ma l'esperienza in classe, ad un certo punto, obbliga ad interrompere questo studio: quando?

Ho esaurito questo momento didattico quando ho recepito che gli studenti non riuscivano a procedere in ruolo di "attori" nella lezione, quando la curiosità interessata a scoprire, per esempio che vero + falso => falso ha valore di verità, non si apriva all' accenno alla semplificazione di espressioni logiche.

4. Metodologia

Di solito la lezione iniziava con mie domande "provocatorie" mirate, gli studenti cercavano di fornire una risposta che veniva discussa e criticata, oppure si iniziava con la lettura

individuale silenziosa di un nuovo argomento, seguita dal dibattito nel merito del contenuto. Gli studenti erano tenuti a motivare le loro affermazioni, fornendo esempi e controesempi, ed a scrivere le stringhe corrispondenti, soltanto alla fine mi assumevo l'incarico di esporre in modo sistematico i nuovi contenuti sottolineando le affermazioni più significative emerse dalla discussione.

5. Valutazione

Il problema della valutazione deve essere approfondito in quanto fornisce criteri obbiettivi di filtro sugli argomenti di logica da proporre in prima superiore; dall'esperienza risulta che alcune tematiche di base sono acquisite dalla totalità degli allievi, altre da nessuno ed alcune sono riservate ai "bravi". Ad esempio la maggioranza dei ragazzi ha dimostrato di aver acquisito il concetto di proposizione logica, di operazione logica e di saper individuare in :

Se Pierino cade nel Po, si bagna

Pierino cade nel Po (premessa) Pierino si bagna (conseguenza).
Se la premessa è vera e la conseguenza è vera, l'implicazione risulta vera e "cadere nel Po" è condizione sufficiente per "bagnarsi", ma non necessaria.

Molte difficoltà si incontrano non sul significato, ma nell'uso dei quantificatori, ad esempio pochi rispondono correttamente al seguente quesito:

Una relazione R , definita nell'insieme A è riflessiva se

1) $\exists x \in A \mid x R x$ oppure 2) $\forall x \in A \mid x R x$?

L'uso delle tautologie, studiate con l'ausilio delle tavole di verità, viene compreso e padroneggiato solo dai più "bravi".

Conclusioni

L'acquisizione di conoscenze di logica e di insiemistica ha accresciuto e raffinato le capacità di ragionamento astratto dei ragazzi; alla fine del primo quadrimestre posso affermare che:

- 1) la mole di programma svolto è paragonabile a quella svolta nelle classi non sperimentali;
- 2) l'insiemistica fornisce le premesse per il calcolo algebrico;
- 3) la dimostrazione dei teoremi di geometria viene richiesta dagli studenti (vediamo perché ...);
- 4) nelle dimostrazioni in generale non si notano salti logici o implicazioni tra premesse e conseguenze non correlabili.

A conclusione, alla domanda "Elementi di logica in secondaria superiore ?" ci pare di saper dare risposta positiva, ampiamente motivata.

Bibliografia

Mazzarelli - Seccia Matematica Algebra e Geometria Vol
ed. Cremonese, 1987.

T. Varga - Fondamenti di logica per insegnanti.
Boringhieri, 1984.

Rivista - Informatica e scuola (1987)
"Logica e computer" M.L. Schagrin, W.J. Rapaport, R.R. Dipert

G. Lolli Appunti del Corso di logica IRSSAE - Piemonte, 1987.