

**SECONDA PROVA INTERMEDIA INGEGNERIA MECCANICA E
GESTIONALE (I SEMESTRE 2016/17)**

TRACCIA A

Nome: _____

Cognome: _____

Matricola: _____

- Tempo a disposizione: **2 ore**.
- Voto massimo: **30/30**.
- È possibile consultare i testi di teoria utilizzati durante il corso o formulari.
- Non è permessa nessuna forma di comunicazione con l'esterno o con gli altri partecipanti all'esame.
- I fogli che verranno presi in considerazione durante la correzione sono **solo quelli con le tracce degli esercizi (pagine da 1 a 6)**. I 4 fogli finali possono essere usati liberamente e vanno staccati solo al momento della consegna.
- **Buon lavoro!**

Esercizio 1 (7 punti). Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n}{2} + 1 \right) (\log n - \log(n+2))$$

Soluzione:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+2)}{2} (\log n - \log(n+2)) &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+2)}{2} \log \left(\frac{n}{n+2} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \log \left(\frac{n}{n+2} \right)^{\frac{(n+2)}{2}} \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \log \left(\frac{n+2-2}{n+2} \right)^{\frac{(n+2)}{2}} \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \log \left(1 - \frac{2}{n+2} \right)^{\frac{(n+2)}{2}} = \log e^{-1} = -1 \end{aligned}$$

Esercizio 2 (7 punti). Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$

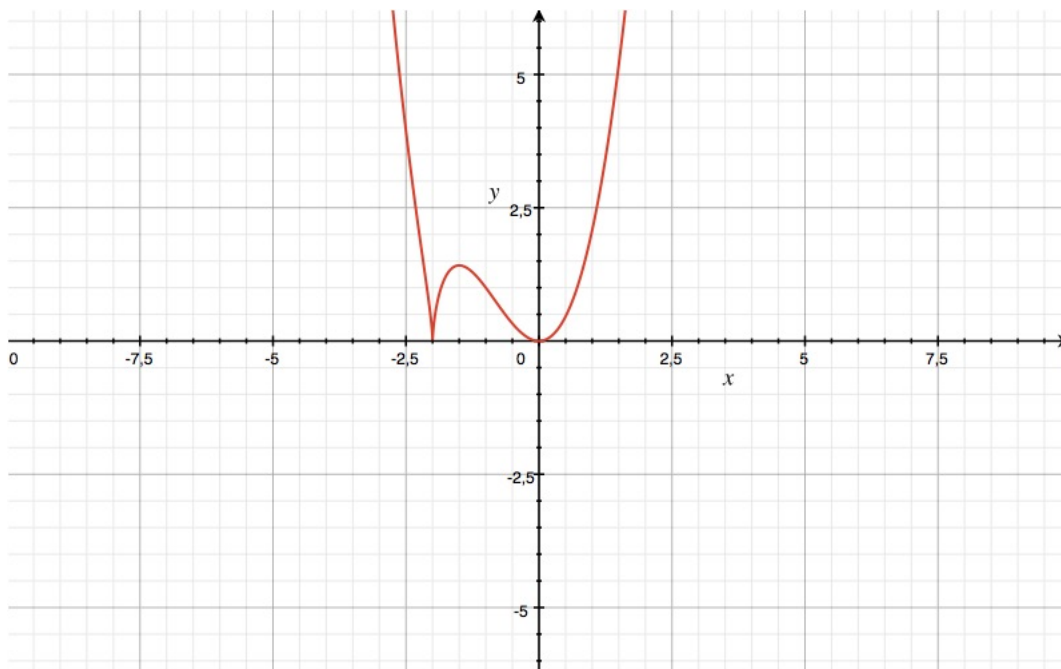
Soluzione:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}}{x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{-x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \end{aligned}$$

Esercizio 3 (10 punti). Studiare la seguente funzione:

$$x^2(x+2)^{2/3}$$

Soluzione:



Esercizio 4 (6 punti). Calcolare la seguente derivata

$$f(x) = \log \left(\frac{x^2 + 1}{\sin x} \right)$$

Soluzione:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{\sin x}{x^2 + 1} \frac{2x \sin x - (x^2 + 1) \cos x}{\sin^2 x} \\ &= \frac{2x \sin x - (x^2 + 1) \cos x}{(x^2 + 1) \sin x} \end{aligned}$$

Esercizio 5 (bonus: 5 punti). Il fatturato mensile (in migliaia di euro) y di un'agenzia di viaggi dipende dalla quantità (in migliaia di euro) x di soldi spesi mensilmente in pubblicità secondo la regola:

$$y = -x^2 + 8x + 20$$

Per massimizzare il fatturato quanto dovrebbe investire in pubblicità l'agenzia?

Soluzione: La variabile x va necessariamente pensata come un valore positivo. La derivata di y è $-2x + 8$. Essa è positiva fino a $x = 4$ per poi cambiare di segno. Quindi y cresce fino a $x = 4$ per poi decrescere, dunque il massimo si raggiunge per $x = 4$.