SECONDA PROVA INTERMEDIA INGEGNERIA MECCANICA E GESTIONALE (I SEMESTRE 2016/17)

TRACCIA B

Nome: ______________________________

Cognome: ______________________________

Matricola: ______________________________

- Tempo a disposizione: **2 ore**.
- Voto massimo: **30/30**.
- È possibile consultare i testi di teoria utilizzati durante il corso o formulari.
- Non è permessa nessuna forma di comunicazione con l'esterno o con gli altri partecipanti all'esame.
- I fogli che verranno presi in considerazione durante la correzione sono **solo quelli con le tracce degli esercizi (pagine da 1 a 6)**. I 4 fogli finali possono essere usati liberamente e vanno staccati solo al momento della consegna.
- **Buon lavoro!**

Esercizio 1 (7 punti)**.** Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{5n}\right)^{2n+6}$$

Soluzione:

$$\begin{aligned}\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{5n}\right)^{2n+6} &= \lim_{n\to+\infty}\left(\left(1+\frac{1}{5n}\right)^{2n}\cdot\left(1+\frac{1}{5n}\right)^{6}\right)\\ &= \lim_{n\to+\infty}\left(\left(\left(1+\frac{1}{5n}\right)^{5n}\right)^{\frac{2}{5}}\cdot\left(1+\frac{1}{5n}\right)^{6}\right)\\ &= e^{2/5}\cdot 1\end{aligned}$$

Esercizio 2 (7 punti)**.** Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x-1}-\sqrt{x}\right)$$

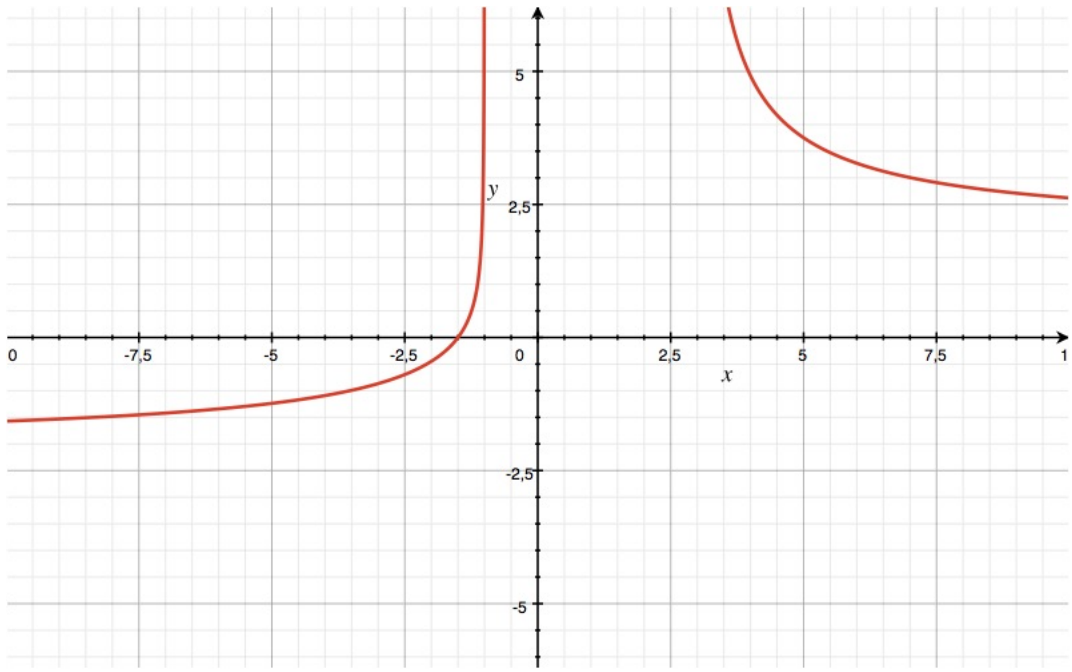
Soluzione:

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x-1}-\sqrt{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x-1-x}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-1}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x}}=0$$

Esercizio 3 (10 punti)**.** Studiare la seguente funzione:

$$\frac{2x+3}{\sqrt{x^2-2x-3}}$$

Soluzione:



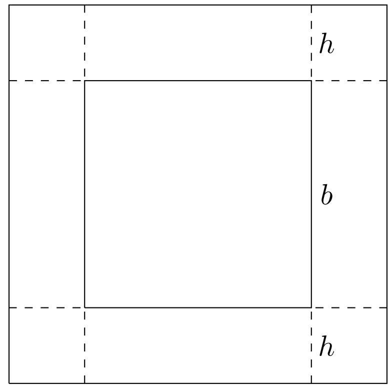
Esercizio 4 (6 punti)**.** Calcolare la seguente derivata

$$f(x) = \text{sen}\left(\sqrt{(x^2+3)}\right)$$

Soluzione:

$$f'(x) = \frac{\cos\left(\sqrt{(x^2+3)}\right) \cdot 2x}{2\sqrt{x^2+3}}$$

Esercizio 5 (**Bonus**: 5 punti)**.** Una scatola senza coperchio viene costruita a partire da un quadrato di cartone largo 10 cm, tagliando 4 quadrati agli angoli e ripiegando i lati rimasti. Qual è il volume massimo per una scatola di questo tipo?
Suggerimento: Detto h il lato del quadrato ritagliato e b il lato della base della scatola si ha $b + 2h = 10$, quindi $h = \frac{10-b}{2}$...



Soluzione: Il volume del parallelepipedo di base quadrata è dato da $V = h \cdot b^2$ e $h = \frac{10-b}{2}$. Quindi $V = b^2 \cdot \frac{10-b}{2} = \frac{10b^2-b^3}{2}$. Allora abbiamo $V' = \frac{20b-3b^2}{2}$, che è una funzione decrescente per b negative, crescente per b comprese tra 0 e $20/3 = 6,\bar{6}$ e decrescente oltre $6,\bar{6}$. Quindi il volume e massimizzato ritagliando dei quadrati di lato $1,\bar{6}$.