

**TERZA PROVA INTERMEDIA MATEMATICA I (2018/19) —
TRACCIA A**

Nome: _____

Cognome: _____

Matricola: _____

- Tempo a disposizione: **2 ore e mezza.**
- Voto massimo: **30/30.**
- Non è possibile consultare testi di teoria o appunti.
- Non è permessa nessuna forma di comunicazione con l'esterno o con gli altri partecipanti all'esame.
- I fogli che verranno presi in considerazione durante la correzione sono **solo quelli con le tracce degli esercizi (pagine da 1 a 8)**. I fogli finali possono essere usati liberamente e vanno staccati **solo al momento della consegna.**
- **Buon lavoro!**

Esercizio 1 (6 punti). Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{1}{x^2 + 2x + 2} dx$$

Esercizio 2 (6 punti). Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{1}{1 + e^x} dx$$

Esercizio 3 (6 punti). Calcolare l'area S della regione piana compresa tra la curva di equazione $y = 2x^3$ e la retta $y = 2x$ nell'intervallo tra $x = 0$ e $x = 2$.

Esercizio 4 (6 punti). Calcolare il limite usando lo sviluppo di Taylor

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{sen}(x) - x^2}{(1 - \cos(x))^2}$$

Esercizio 5 (6 punti). Studiare il carattere della seguente serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\operatorname{sen}^2(n)}{n^2}$$

Esercizio 6 (6 punti). Si consideri la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$$

con $a_n > 0$. Per ognuna delle seguenti affermazioni dire se è vera o falsa, motivando la risposta.

- (1) Se $a_n \leq 2^{-n}$ la serie è convergente.
- (2) Se $a_n \geq 2^{-n}$ la serie è divergente.
- (3) Se $a_n \rightarrow 0$ la serie è convergente.