

**TERZA PROVA INTERMEDIA MATEMATICA I (2018/19) —
TRACCIA B**

Nome: _____

Cognome: _____

Matricola: _____

- Tempo a disposizione: **2 ore e mezza**.
- Voto massimo: **30/30**.
- Non è possibile consultare testi di teoria o appunti.
- Non è permessa nessuna forma di comunicazione con l'esterno o con gli altri partecipanti all'esame.
- I fogli che verranno presi in considerazione durante la correzione sono **solo quelli con le tracce degli esercizi (pagine da 1 a 8)**. I fogli finali possono essere usati liberamente e vanno staccati **solo al momento della consegna**.
- **Buon lavoro!**

Esercizio 1 (6 punti). Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{x}{x^2 - 6x + 9} dx$$

Esercizio 2 (6 punti). Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{\sqrt{x-1}}{x} dx$$

Esercizio 3 (6 punti). Calcolare l'area della regione piana compresa tra le curve di equazione $y = x$ e $y = \sin(x)$ nell'intervallo $[-\pi/4, \pi/2]$.

Esercizio 4 (6 punti). Calcolare il seguente limite usando lo sviluppo di Taylor.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin(x^2)}{1 - \frac{x^2}{2} - \cos(x)}$$

Esercizio 5 (6 punti). Studiare il carattere della seguente serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$$

Esercizio 6 (6 punti). Si consideri la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$$

convergente e a termini positivi. Per ognuna delle seguenti affermazioni dire se è vera o falsa, motivando la risposta.

- (1) $\sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{a_n}$ è convergente.
- (2) $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-a_n}$ è convergente.
- (3) $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ è convergente.