Lezione del 28/9/23 **Ambiguità del linguaggio**

La frase "Un computer ha un problema"

ha varie interpretazioni:

$\exists$ esistenziale

- c'è un computer che ha al più un problema
- c'è un computer che ha almeno un problema
- c'è un computer che ha esattamente un problema

$\forall$ universale

- ogni computer ha un problema
- ogni computer ha almeno un problema

⋮

In matematica il quantificatore esistenziale è sempre interpretato come **esiste almeno uno**

Es "Esiste una soluzione per questa equazione"

si interpreta sempre come

"Esiste almeno una soluzione per questa equazione"

Per dire che ne esiste una sola bisogna dirlo esplicitamente

"Esiste esattamente una soluzione per ...."

Per dire che ne esiste al più una bisogna dirlo esplicitamente

"Esiste al più una soluzione per ...."

che vuol dire "Se una soluzione esiste questa è l'unica"

<u>Es</u>

$\underbrace{\text{Un}}_{\forall}$ multiplo di 3 è un multiplo 6

$\forall$ "Se $x$ è un multiplo di 3 allora $x$ è un multiplo di 6"

$\underbrace{\text{Una}}_{\exists}$ tartaruga nata prima del 1950 è ancora viva

$\exists$ "Esiste almeno una tartaruga nata prima del 1950 e ancora viva"

Prendo l'autobus, $\underbrace{\text{un}}_{\exists}$ euro in tasca ce l'ho

"ho almeno un euro"

In questo momento non posso comprare il libro, ho un euro in tasca

"ho esattamente un euro" $\exists!$

In matematica "esiste" è <u>sempre</u> inteso come "esiste almeno"
(a meno che non sia precisato diversamente)

<u>Esercizi</u> 1) Cosa si intende con la frase

Se l'insieme A contiene <u>qualche</u> numero intero allora ne contiene infiniti

almeno uno

Se esiste qualche numero intero in A allora ne esistono <u>infiniti</u> in A

2) Se $q \neq 0$, $\underbrace{\text{esiste al più}}$ una soluzione per $px + q = 0$

se esiste allora è unica

3) Se $q = 0$, $\underbrace{\text{esiste}}$ una soluzione per $px + q = 0$

esiste almeno

Per togliere le ambiguità della frase "un computer ha un problema" la si può scrivere in un linguaggio formale

Scriviamo $P(x, y)$ per dire che il computer $x$ ha il problema $y$

$\exists x \exists y \; P(x, y)$ : esiste (almeno) un computer che ha (almeno) un problema

$\exists! x \exists y \; P(x, y)$ : esiste esattamente un computer che ha (almeno) un problema

$\exists! x \exists! y \; P(x, y)$ : esiste un unico computer e un unico problema tale che quel computer ha quel problema

$\exists x (\exists y \; P(x, y) \rightarrow \exists! x \; P(x, y))$

Ogni computer ha un problema : $\forall x \, \exists y \; P(x,y)$

C'è un problema che hanno tutti i computer : $\exists y \, \forall x \; P(x,y)$

L'ordine dei quantificatori è importante!

$\exists x \, \forall y \; P(x,y)$ : Esiste un computer che ha ogni problema

$\forall x \, \forall y \; P(x,y)$ : Tutti i computer hanno tutti i problemi.

# La disgiunzione "o"

**inclusivo**

hanno lo sconto i minori di 30 anni o i militari

Se $p$ e $q$ sono interi positivi e 3 divide $p \cdot q$ allora o 3 divide $p$ o 3 divide $q$

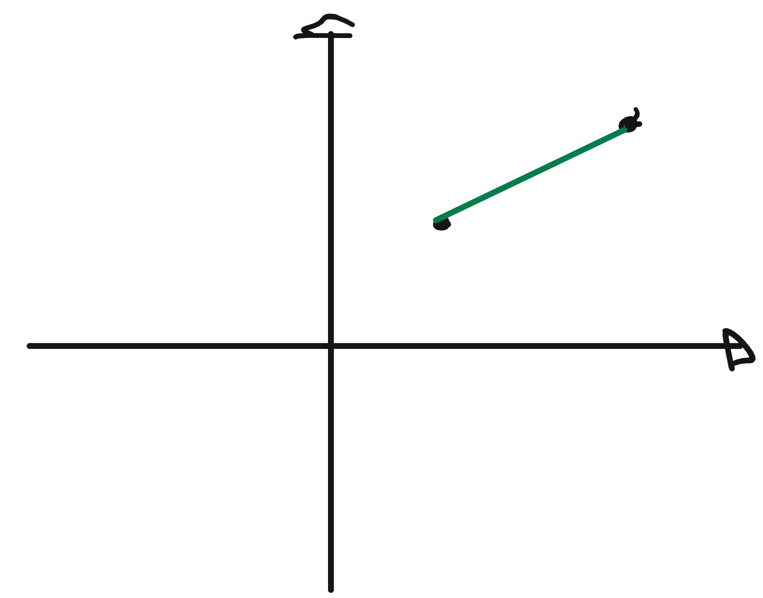
**esclusivo**

Puoi prendere la macchina o la bici

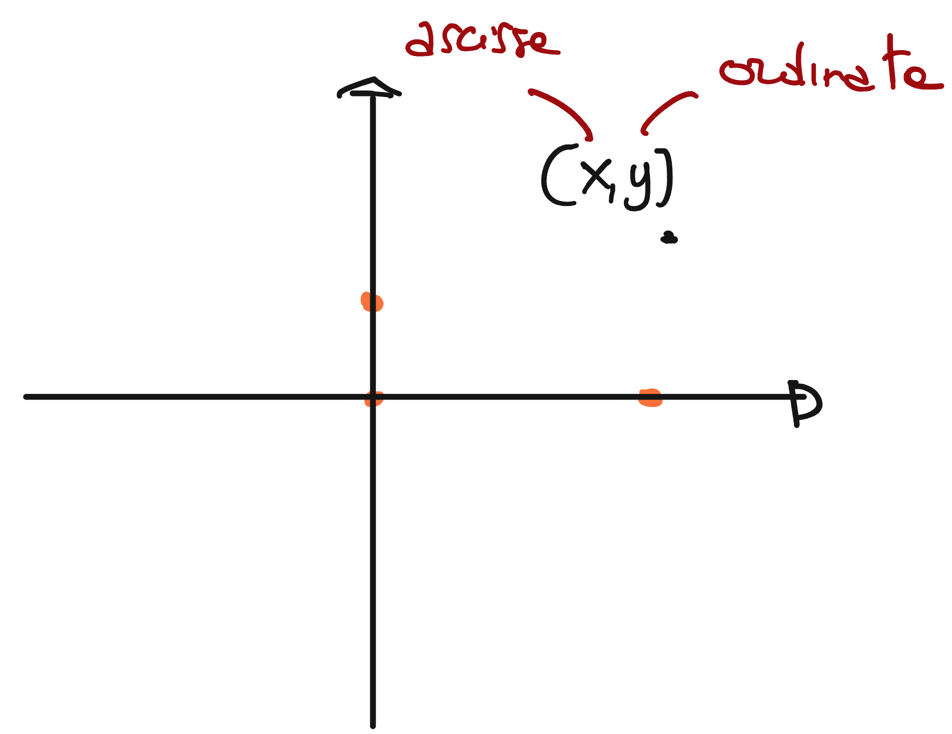
Se $n$ è un intero tale che $\sqrt{2} \le n \le \sqrt{10}$ allora o $n=2$ o $n=3$

In matematica l' "o" è sempre inteso in senso inclusivo (se non specificato diversamente) in maniera esplicita

Esempi 1) Se due punti nel piano cartesiano hanno coordinate intere allora la la loro distanza è un numero intero $\underbrace{\text{o}}_{\text{inclusivo}}$ razionale.



2) Se un punto appartiene ad uno dei due assi cartesiani allora la sua ascissa $\underbrace{\text{o}}_{\text{inclusivo}}$ la sua ordinata è nulla



Consideriamo le frasi

"I numeri dispari sono tutti le soluzioni dell'equazione $\pi x = 1$"

tutte e sole

"I numeri primi maggiori di 2 sono tutti dispari"

"I gatti sono tutti gli amici che ho"

soli

Tutti gli elementi di A sono elementi di B $\qquad A \subseteq B$

Solo gli elementi di A sono elementi di B $\qquad B \subseteq A$

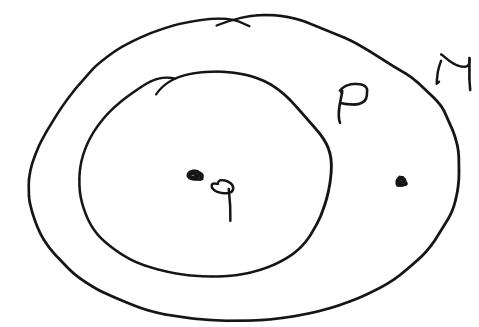
Tutti e soli gli elementi di A sono elementi di B $\qquad A = B$

## Esercizio

Riscrivere usando "tutti" e "solo"

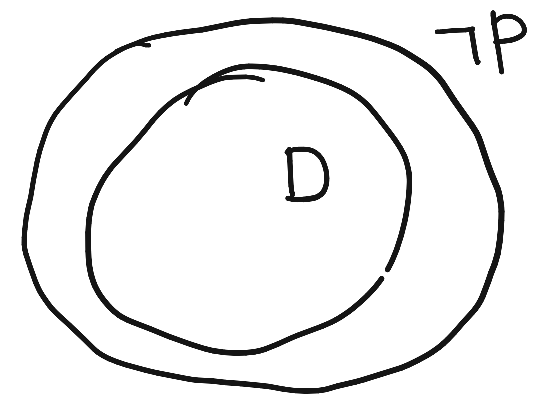
1) Se c'è un quadro che mi piace, è di Monet:

I soli quadri che mi piacciono sono di Monet.




2) Chi dorme non piglia pesci

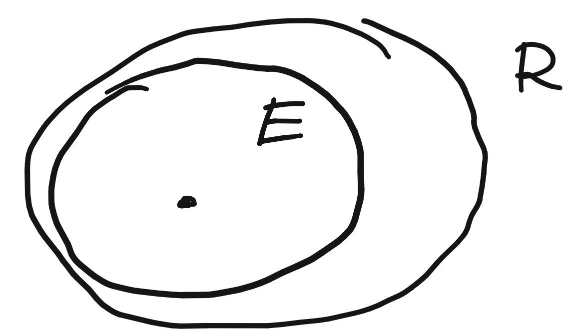
tutti quelli che dormono non pigliano pesci




3) Ogni quadrato è un rettangolo

4) Le equazioni di secondo grado hanno al più due radici

Tutte le eq. di 2° grado hanno al più 2 radici




5) Quel che le incresce morte mi dà