

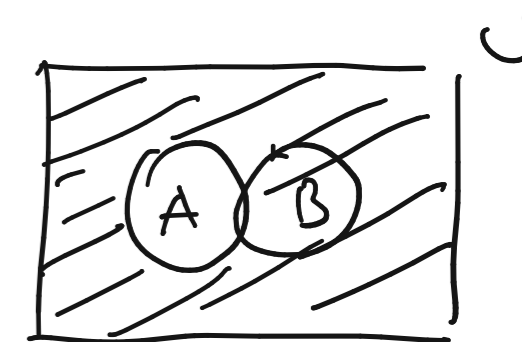
Esercizio

Dimostrare che

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

$$\sim(a \vee b) \iff \sim a \wedge \sim b$$

$A, B \subseteq U$



$$c \in (A \cup B)^c \iff c \in U \text{ e } c \notin A \cup B$$

$$(A \cup B)^c \subseteq A^c \cap B^c \iff \underbrace{c \in U} \text{ e } \underbrace{c \notin A} \text{ e } \underbrace{c \notin B}$$

$$\iff c \in A^c \text{ e } c \in B^c$$

$$A^c \cap B^c \subseteq (A \cup B)^c$$

$$\iff c \in A^c \cap B^c$$

Dimostrare che

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

$$\sim(a \wedge b) \iff \sim a \vee \sim b$$

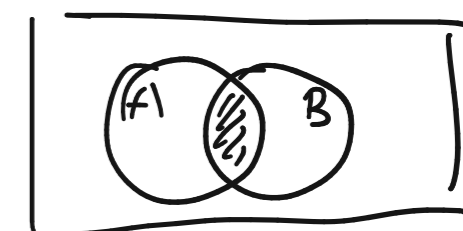
$$c \in (A \cap B)^c \iff c \in U \text{ e } c \notin A \cap B$$

$$\iff c \in U \text{ e } (c \notin A \text{ oppure } c \notin B)$$

$$\iff \underbrace{c \in U \text{ e } c \notin A} \text{ oppure } \underbrace{c \in U \text{ e } c \notin B}$$

$$\iff c \in A^c \text{ oppure } c \in B^c$$

$$\iff c \in A^c \cup B^c$$



Esercizio

Scrivere le contronominale di "chi non muore si rivede"

Riscriviamole come "Se qualcuno non muore allora si rivede"

A B

$A \rightarrow B$

$$\neg B \rightarrow \neg A$$

"Se qualcuno non si rivede allora è morto"

$$A \rightarrow B \iff \neg B \rightarrow \neg A$$

Esercizio

In una famiglia vale che

"almeno un maschio non è tifoso dell'Inter"

e non vale "almeno un maschio non è maggiorenne"

non vale che "esiste un membro della famiglia che è maschio e ^{non} maggiorenne"

$$\sim (\exists x (M(x) \wedge \sim N(x)))$$

$$\forall x \sim (M(x) \wedge \sim N(x))$$

$$\forall x \sim M(x) \vee \sim \sim N(x)$$

$$\forall x \sim M(x) \vee N(x)$$

M = maschio

N = maggiorenne

M	N	$\sim M \vee N$	$M \rightarrow N$
F	F	V	V
F	V	V	V
V	F	F	F
V	V	V	V

Ogni membro della famiglia o non è maschio o è maggiorenne.

Ogni membro della famiglia se è maschio allora è maggiorenne.

(1) Esiste almeno un maschio che non è tifoso dell'Inter

(2) Ogni maschio è maggiorenne

(a) Almeno un maggiorenne è tifoso dell'Inter

Fabio non tifa
l'Inter
e' maggiorenne

(b) Nessun maggiorenne è tifoso dell'Inter

Fabio non tifa l'Inter
e' maggiore.
Nicola tifa l'Inter
e' maggiore

(c) Almeno un tifoso dell'Inter non è maggiorenne

Fabio non tifa l'Inter
e' maggiore.
Nicola tifa l'Inter
e' maggiore

- (1) Esiste almeno un maschio che non è tifoso dell'Inter
(2) Ogni maschio è maggiorenne

(d) Esiste almeno un maggiorenne non è tifoso dell'Inter ✓

(e) Tutti i tifosi dell'Inter sono maggiorenni



Abbiamo visto alcune tecniche dimostrative

per assurdo: per dimostrare A , suppongo $\sim A$ e arrivo a
una contraddizione

contronominale: per dimostrare $A \rightarrow B$ faccio vedere che vale $\sim B \rightarrow \sim A$

per caso: Se so che vale $A \vee B$ e $A \rightarrow C$ e $B \rightarrow C$
allora posso concludere che C vale sempre

implicazione Per dimostrare $A \rightarrow B$ la tecnica standard è
supporre A e far vedere che vale B

generalizzazione: Per dimostrare che vale $\forall x P(x)$. Si prende
un x "generico" e si dimostra che x ha la proprietà
 P . Siccome x è generico concludono che P vale per tutti gli x