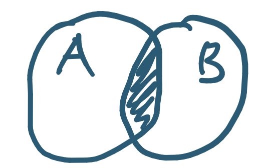
Lezione del 26/10/23

logica.dipmat.unisa.it/lucaspada

connettori logici

congiunzione $A \wedge B$ $A \cap B$



disgiunzione $A \vee B$ $A \cup B$

negazione $\neg$ $\sim$ A $(A)^c$

implicazione $A \rightarrow B$ $A \rightarrow B$

quantificatore universale $\forall x\, A$ per ogni x vale A

quantificatore esistenziale $\exists x\, A$ esiste x tale che A

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$\neg A$	$A \rightarrow B$
V	V	V	V	F	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	V

se $\overset{A}{\text{piove}}$ allora $\overset{B}{\text{prendo l'ombrello}}$

$\neg A$	$\neg B$
A	B
$\neg A$	B
A	$\neg B$

Proposizioni

Non dipendono dalle variabili

$7 = 3$ ✗

$5 > 1$ ✓

$\exists x \quad x^2 = 4$ ✓

$\forall y \neq 0 \ \exists x \quad x \cdot y = 1$ ✓

$\vdots$

variabili vincolate (mute)

Formule proposizionali

dipendono dalle loro variabili

$x = 3 \qquad R(x)$

$5 > y \qquad Q(y)$

$\exists m \in \mathbb{N} \quad n = 2m \qquad P(n)$ essere pari

$x \cdot y = 1 \qquad R(x,y)$

$\exists k \in \mathbb{N} \quad m = k \cdot n \qquad M(m,n)$ essere multipli

$P(n) \qquad P(5) = \exists m \in \mathbb{N} \ \ 5 = 2m$

$\neg P(5)$

$P(6) = \exists m \in \mathbb{N} \ \ 6 = 2m$

$P(6)$

La negazione

$$\sim (A \wedge B) \longleftrightarrow \sim A \vee \sim B$$

$$\sim (A \vee B) \longleftrightarrow \sim A \wedge \sim B$$

$$\sim (A \rightarrow B) \longleftrightarrow A \wedge \sim B$$

$$\sim (\forall x\, A(x)) \longleftrightarrow \exists x \sim A(x)$$

$$\sim (\exists x\, A(x)) \longleftrightarrow \forall x \sim A(x)$$

$$\sim (\sim A) \longleftrightarrow A$$

Esempio Negare le seguenti affermazioni

1) Tutte le soluzioni intere dell'equazione (*) sono divisibili per 3.

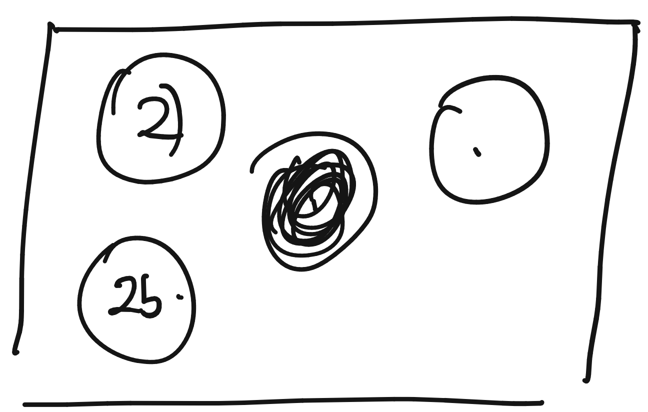
~1) Esiste una soluzione intera dell'equazione (*) che non è divisibile per 3.

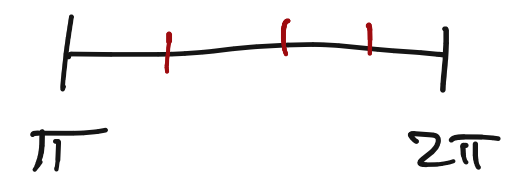
2) Ci sono almeno 3 numeri interi compresi tra π e 2π.

~2) Ci sono al più 2 numeri interi compresi tra π e 2π

$$\#([\pi, 2\pi]) \geq 3$$

$$\#([\pi, 2\pi]) < 3$$





3) Non esiste un triangolo con due lati uguali.

~ 3 Esiste un triangolo con due lati uguali

4) I segmenti I e J hanno un punto in comune o sono di uguale lunghezza.

$\sim 4)$ I segmenti I e J non hanno un punto in comune e non sono di uguale lunghezza.

5) Per ogni x la funzione $f(x)$ è sempre maggiore o minore di 5.

$\sim 5)$ Esiste x tale che $f(x) = 5$

6) x è positivo e non intero

$\sim 6)$ o x non è positivo o x è intero

La media aritmetica $\dfrac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$

Dati n poligoni $T_1, T_2, \ldots, T_n$ vale

$$Area\,(T_1 \cup T_2 \cup \ldots \cup T_n) = Area\,(T_1) + Area\,(T_2) + \ldots + Area\,(T_n)$$

se $T_i \cap T_j = \emptyset \quad \forall i, j$ con $i \neq j$

<u>Esempio</u> Consideriamo una famiglia di oggetti $a_1, a_2, \dots, a_n$

Come posso indicare k oggetti ($k \leq n$) scelti a caso tra gli $a_1, \dots, a_n$

$$\boxed{a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}} \qquad i_1, \dots, i_k \in \{1, \dots, n\}$$

sommatoria

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = \sum_{i=1}^{n} a_i$$

$$a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n = \prod_{i=1}^{n} a_i$$

produttoria

$$1+2+3+\dots+n = \sum_{i=1}^{n} i$$

$$n! = \prod_{i=1}^{n} i$$

$$\sum_{i=1}^{4} 2i = 2\cdot 1 + 2\cdot 2 + 2\cdot 3 + 2\cdot 4 = 2+4+6+8 = 20$$

$$\sum_{k=0}^{3} 3^{2k+1} = 3^{0+1} + 3^{2+1} + 3^{4+1} + 3^{6+1} = 3 + 3^{3} + 3^{5} + 3^{7}$$

$$9+15+21+27+33 = \sum_{k=1}^{5} 3\cdot(2k+1) = 3\cdot(2+1) + 3(2\,2+1) + 3\cdot(2\cdot 3+1) + 3(2\cdot 4+1) + 3\cdot(2\cdot 5+1) = 9+15+21+27+33$$

$3\cdot\underline{3}$ $\quad 3\cdot 5$ $\quad 3\cdot 7$ $\quad 3\cdot 9$ $\quad 3\cdot\underline{11}$