

Lezione del 14/11/23

Definizione Una funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è detta **strettamente crescente** se per ogni x e y in \mathbb{R}
 $x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$

Esempio

Controesempi

- 1) È vero che la somma di funzioni strettamente crescenti è strettamente crescente?
- 2) È vero che il prodotto di funzioni strettamente crescenti è strettamente crescente?
- 3) È vero che la differenza di funzioni strettamente crescenti è strettamente crescente?
- 4) È vero che se f è strettamente crescente allora $x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$ (iniettive)?
- 5) Sia $f(x)$ strettamente crescente e tale che $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$. È vero che $-\frac{1}{f(x)}$ è strettamente crescente?

Def Un sottoinsieme A del piano è detto **aperto** se per ogni punto $a \in A$ esiste un cerchio con centro in a tutto contenuto in A

Esempio

Controesempi

- 1) È vero che l'unione di insiemi aperti è aperta?
- 2) È vero che l'intersezione di insiemi aperti è aperta?
- 3) È vero che se A è aperto allora il complementare A^c è aperto?
- 4) È vero che se A non è aperto allora esiste un punto $b \in A$ tale che ogni cerchio con centro in b contiene sia punti in A che punti non in A ?
- 5) È vero che se a un aperto A togliamo un qualsiasi punto l'insieme ottenuto è ancora aperto?
- 6) È vero che A è aperto se e soltanto se per ogni punto $a \in A$ esiste un segmento I con centro in a tutto contenuto in A ?