Lezione del 21/11/23

Def Un numero razionale è detto svelto se può essere scritto nella forma $\frac{p}{q}$ con p e q numeri primi distinti

Esempi | Controesempi

(1) È vero che la somma di due numeri svelti non può essere un numero svelto?

(2) È vero che se a, b, p, q sono numeri primi tutti diversi tra loro $\frac{a}{b} + \frac{p}{q}$ non è un numero svelto?

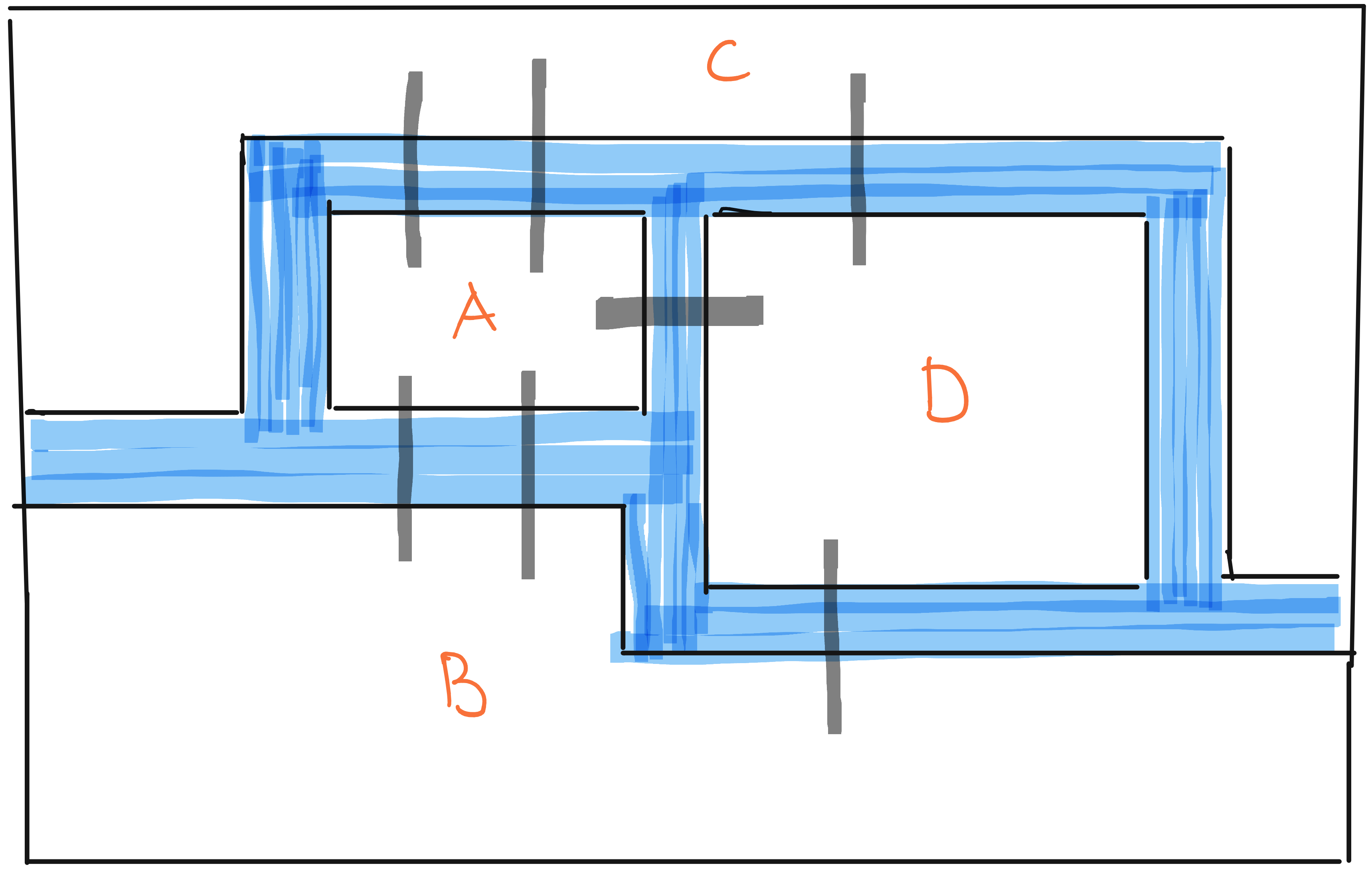
(3) È vero che il reciproco di un numero svelto è un numero svelto?

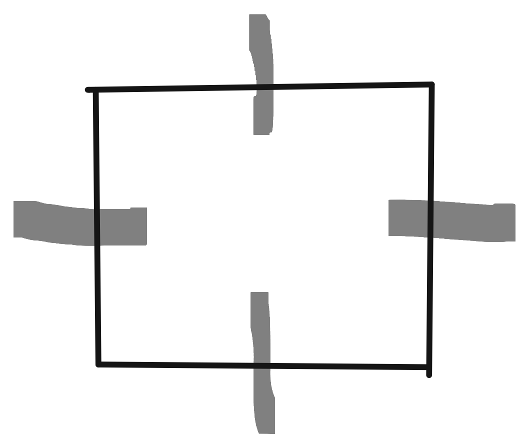
(4) È vero che il prodotto di due numeri non svelti è un numero non svelto?

(5) È vero che esistono infiniti numeri svelti compresi tra 0 e 1?

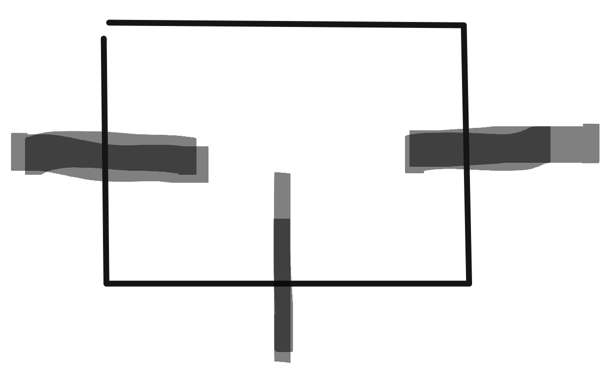
(6) È vero che la somma di un numero primo con un numero svelto è un numero svelto?

Königsberg

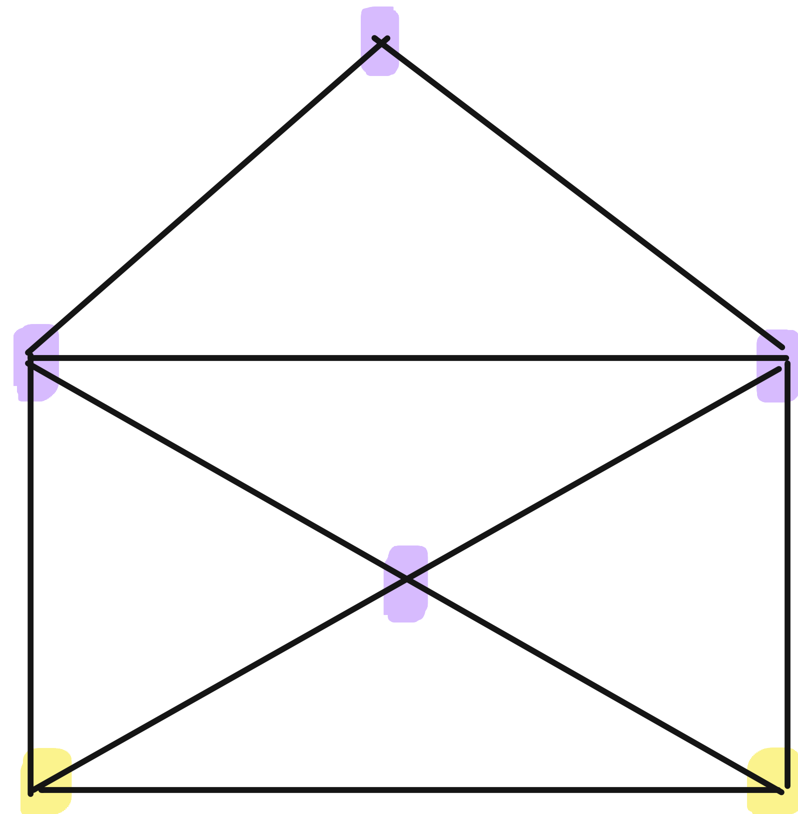


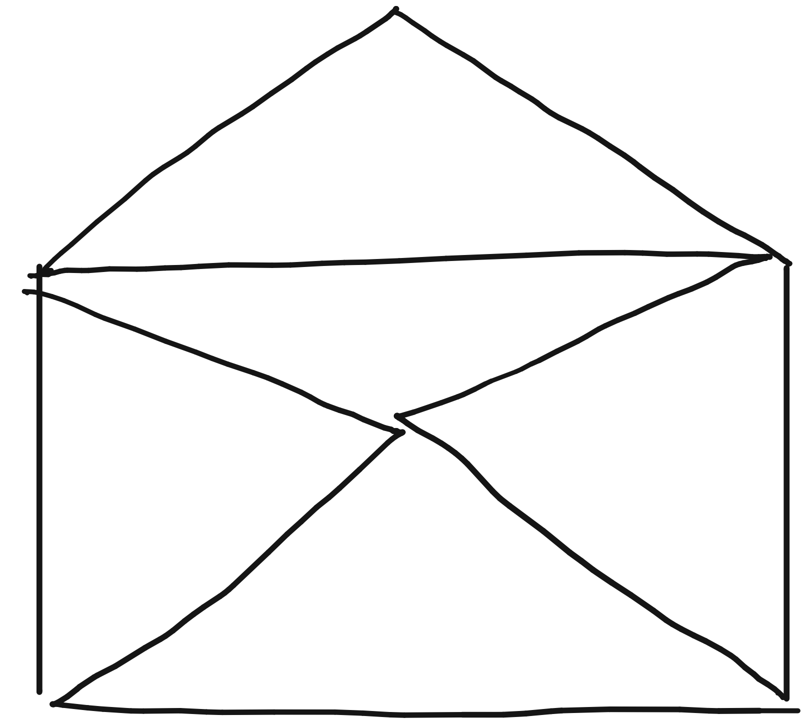


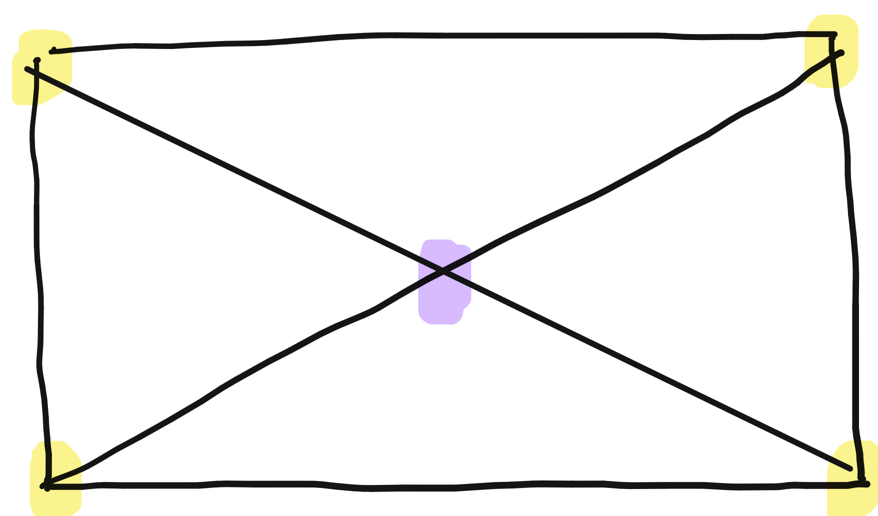
una zona di passaggio
deve avere un numero pari di ponti

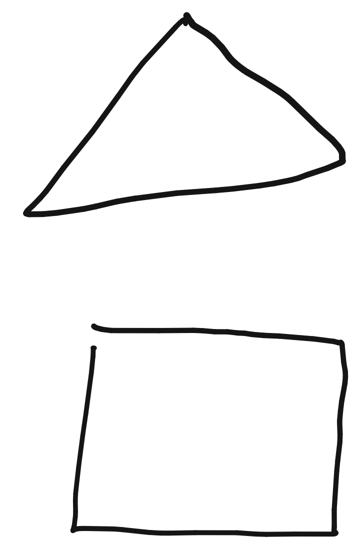


una zona di arrivo o di
partenza deve avere un
numero dispari di ponti









$$(f+g)^2 = f^2 + 2fg + g^2$$

$$a \neq 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \implies x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$f = x$$

$$g = \frac{b}{2a}$$

$$2fg = \cancel{2}x\frac{b}{\cancel{2}a} = \frac{b}{a}x$$

$$\implies x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$\implies \underbrace{x^2 + \frac{2b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2} = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$

$$\implies \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\implies \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\implies x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}} = \frac{\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\implies x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Risolviamo $\underline{x^3} + \underline{3x^2} + \underline{3x} = 10$

$$(f+g)^3 = f^3 + 3f^2g + 3fg^2 + g^3$$

$f = x$

$g = 1$

$$(x+1)^3 = \underline{x^3} + \underline{3x^2} + \underline{3x} + 1$$

$$\underbrace{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}_{\substack{\shortparallel \\ (x+1)^3}} = 10 + 1$$

$$(x+1)^3 = 11 \implies x+1 = \sqrt[3]{11} \implies x = \sqrt[3]{11} - 1$$

Problema Trovare tutti i numeri interi positivi M che hanno come prima cifra 6 e se si cancella la prima cifra diventano uguali a $\frac{M}{25}$

$$M = 6 \cdot 10^k + B \qquad \text{con} \qquad 0 < B < 10^k, \quad k > 1$$

$$M = \cancel{6}38 = 6 \cdot 10^2 + \underline{38}$$

$$M = \cancel{6}752 = 6 \cdot 10^3 + \underline{752}$$

$$B = \frac{M}{25}$$

$$B = \frac{6 \cdot 10^k + B}{25} \Longrightarrow$$

$$25B = 6 \cdot 10^k + B$$

$$24B = 6 \cdot 10^k$$

$$B = \frac{\cancel{6} \cdot 10^k}{\cancel{24}\,4} = \frac{10^k}{4} = \frac{10^2 \cdot 10^{k-2}}{4}$$

$$= 25 \cdot 10^{k-2}$$

$k=0 \quad \frac{25}{100} \notin \mathbb{Z}$ $\qquad k=2 \quad 25 \cdot 1 = 25$

$k=1 \quad \frac{25}{10} = 2,5 \notin \mathbb{Z}$ $\qquad k=3 \quad 25 \cdot 10 = 250$

$k=2 \qquad M = 625 \qquad \frac{625}{25} = 25$

$k=3 \qquad M = 6250 \qquad \frac{6250}{25} = 250$

$k=4 \qquad M = 62500$

Dimostrare che non esiste nessun intero positivo M che diventa uguale a $\frac{M}{35}$ se si cancella la prima cifra