

Esercizio 1 (2 punti). Dato un numero n , determinare le implicazioni reciproche tra le seguenti affermazioni:

(1) n è divisibile per 6.

(2) n è multiplo di 3.

(3) n non è multiplo di 2.

$$m = 6k \quad m = 3 \cdot 2 \cdot k$$

✓ (1) implica (2)? m divisibile per 6 allora è multiplo di 3

F (1) implica (3)? $m = 6$
 m divisibile per 6 allora non è multiplo di 2

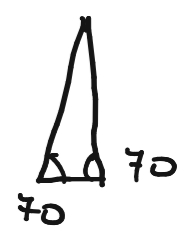
F (2) implica (1)? $m = 3$
 m multiplo di 3 allora m divisibile per 6

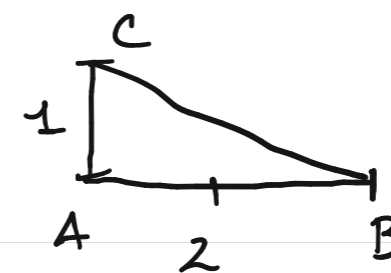
F (2) implica (3)? $m = 12$
 m multiplo di 3 allora m non è multiplo di 2

F (3) implica (1)? $m = 9$
 m non è multiplo di 2 allora è divisibile per 6

F (3) implica (2)? $m = 5$
 m non è multiplo di 2 m è multiplo di 3

Esercizio 2 (2 punti). Sia T un triangolo. Quali delle seguenti condizioni sono necessarie perché T sia isoscele? E quali sono sufficienti?

- (1) che T sia equilatero, *sufficiente*
 (2) che T abbia due angoli uguali. *necessario e sufficiente*
 (3) che T sia rettangolo. \triangleleft *non è sufficiente* \triangle *non è necessario*
 (4) che T abbia due angoli uguali e di ampiezza minore di 60° . *sufficiente ma non necessario*: 
 (5) che esistano due lati del triangolo per i quali il quoziente delle lunghezze è un numero intero. *necessario ma non sufficiente*:



$$\frac{AB}{AC} = 2$$

A necessario per B : $B \rightarrow A$

A sufficiente per B : $A \rightarrow B$

A necessario e sufficiente per B . $A \leftrightarrow B$

Esercizio 3 (2 punti). Una persona dice a un'altra: *Ieri pioveva mentre oggi c'è il sole.*
L'altra risponde: *Non è vero.* Cosa intende la seconda persona? \neg

- (1) che ieri non pioveva e oggi non c'è il sole.
- (2) che o ieri non pioveva o oggi non c'è il sole, ma non entrambi.
- (3) che o ieri non pioveva o oggi non c'è il sole, o entrambi. \leftarrow

A	B	A \vee B
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

Esercizio 4 (4 punti). In una squadra di calcio ci sono tre attaccanti e quattro difensori, tutti di altezze diverse. Considerate le seguenti affermazioni:

- (1) Il più alto attaccante è più alto del più alto difensore.
- (2) Ogni attaccante è più alto di qualche difensore.
- (3) Ogni difensore è più basso di qualche attaccante.
- (4) La media delle altezze degli attaccanti è maggiore della media delle altezze dei difensori.

Stabilire le implicazioni esistenti tra le precedenti affermazioni. Cioè rispondere alle seguenti domande:

(1) implica (2)? NO. A1:1 A2:2 A3:7 D1:5 D2:6 D3:3 D4:4

(1) implica (3)? SI. perché il più alto attaccante per le (1) sarà più alto di ogni difensore

(1) implica (4)? NO: Si veda esempio sopra

(2) implica (1)? NO: A1 2 A2 3 A3 4 D1 1 D2 5 D3 6 D4 7

(2) implica (3)? NO: si veda l'esempio immediatamente sopra

(2) implica (4)? NO: " " " "

(3) implica (1)? SI perché se ogni difensore è più basso di qualche attaccante allora anche il più alto difensore sarà più basso di qualche attaccante ed in particolare più basso del più alto attaccante

(3) implica (2)? NO: A1 15 A2 2 A3 3 D1 8 D2 9 D3 10 D4 11

(3) implica (4)? NO " " " "

(4) implica (1)? NO $4 \Rightarrow 2$ NO $4 \Rightarrow 3$ NO

A1 : 1
 A2 : 13
 A3 : 14
 D1 : 2
 D2 : 3
 D3 : 4
 D4 : 15

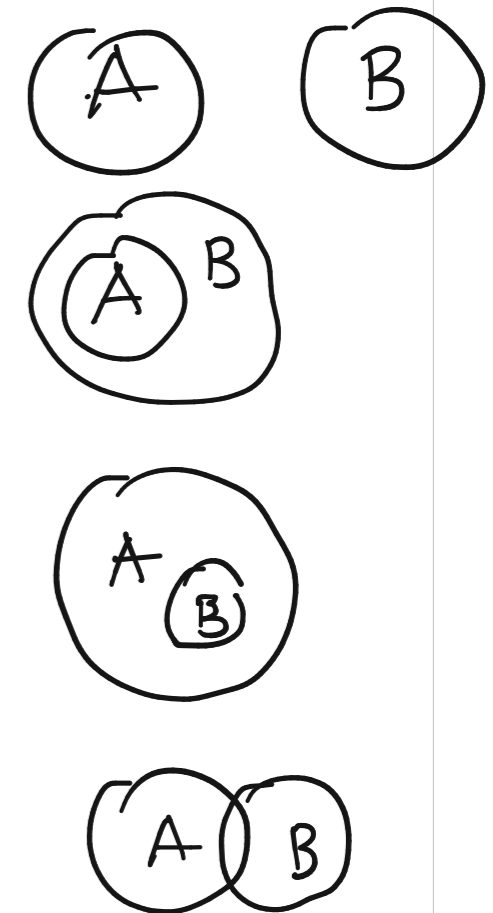
} 9,3
 } 6

Esercizio 5 (2 punti). Data la proposizione p :

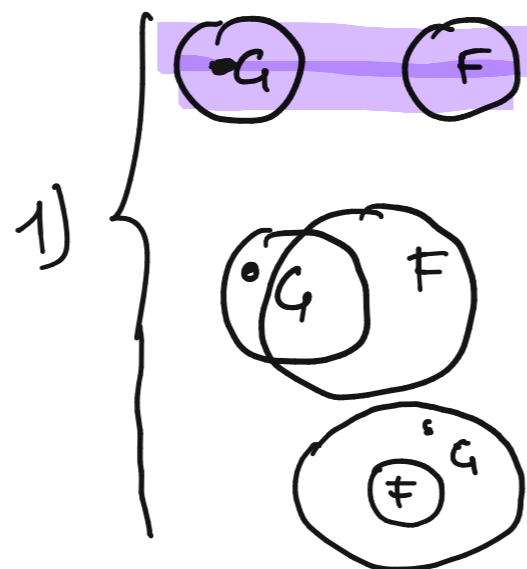
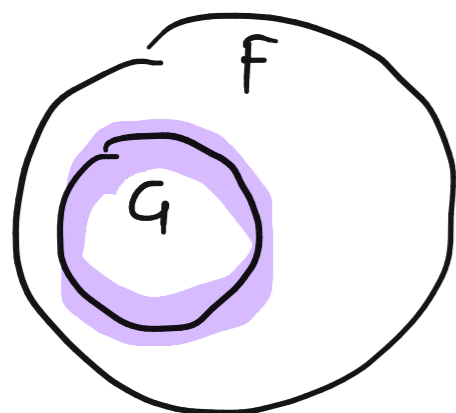
A) *Tutti i gatti sono felini.*

discutere la validità delle seguenti proposte di negazioni di p .

- (1) Non tutti i gatti sono felini.
- (2) Nessun gatto è un felino.
- (3) Esiste un gatto che non è un felino.
- (4) Esiste un gatto che non è né un grande felino.



$$A) \quad \forall x (G(x) \rightarrow F(x))$$



$$\sim A) \sim (\forall x G(x) \rightarrow F(x))$$

$$\exists x \sim (G(x) \rightarrow F(x))$$

$$\sim A) = \exists x (G(x) \wedge \sim F(x))$$

Esercizio 6 (4 punti). Sia Q un quadrilatero. Le tre affermazioni seguenti:

- (1) Q ha tre lati uguali.
- (2) Q ha due lati diversi.
- (3) Q ha tre angoli uguali.

non si implicano a vicenda in alcun modo. Per dimostrare la falsità di ciascuna implicazione vengono proposti di seguito alcuni controesempi, non tutti corretti. Individuare quelli corretti.

(1) $\not\Rightarrow$ (2). Controesempi proposti:

- : un quadrato.
- : un rombo.
- : un trapezio isoscele con le basi di lunghezze diverse e la base minore lunga come i lati obliqui.

(1) $\not\Rightarrow$ (3). Controesempi proposti:

- : un quadrato
- : un rettangolo,
- : un trapezio isoscele con le basi di lunghezze diverse e la base minore ^{lunga come i} lati obliqui.

(2) $\not\Rightarrow$ (1). Controesempi proposti:

- : un trapezio che non sia un rombo, un rettangolo che non sia un quadrato,
- : un rombo.

(2) $\not\Rightarrow$ (3). Controesempi proposti:

- : un trapezio rettangolo che non sia un rettangolo, un rettangolo,
- : un trapezio isoscele con le basi di lunghezze diverse e la base lati obliqui.

(3) $\not\Rightarrow$ (1). Controesempi proposti:

- : un rettangolo che non sia un quadrato,
- : un rombo che non sia un quadrato,
- : un trapezio rettangolo.

(3) $\not\Rightarrow$ (2). Controesempi proposti:

- : un quadrato,
- : un rombo.
- : un trapezio che non sia un rettangolo.

A	B	$A \rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

