

lezione del 12/12/23

Def Due numeri interi m e n si dicono **congrui modulo 3** se $m - n$ è un multiplo di 3, scriviamo $m \equiv n \pmod{3}$.
Fornire esempi e controesempi e rispondere alle domande:

- 1) Se $m \equiv n \pmod{3}$ allora $m^2 \equiv n^2 \pmod{3}$?
- 2) Se $m \equiv n \pmod{3}$ allora $\forall k \in \mathbb{Z} \quad m+k \equiv n+k \pmod{3}$?
- 3) Se $m \equiv n \pmod{3}$ e $n \equiv k \pmod{3}$ allora $m \equiv k \pmod{3}$?
- 4) Dato un qualsiasi $m \in \mathbb{Z}$ esiste n tale che $m \equiv n \pmod{3}$?
- 5) Se $m \equiv n \pmod{3}$ allora $\forall k \in \mathbb{Z} \quad m \cdot k \equiv n \cdot k \pmod{3}$?
- 6) Se $m \equiv n \pmod{3}$ allora $m^k \equiv n^k \pmod{3}$ per ogni $k \in \mathbb{N}$?
- 7) Dato $m \in \mathbb{Z}$ esiste $n \in \mathbb{Z}$ t.c. $m \cdot n \equiv 0 \pmod{3}$

Sono dati due gruppi di macchine A e B. Il primo è formato da 3 macchine e il secondo da 4. Sappiamo che più una macchina è veloce più è costosa e che per ogni macchina in A ce n'è una in B più veloce. È vero che:

- 1) Ogni macchina in A è più costosa di qualche macchina in B
- 2) Ogni macchina in B è più costosa di qualche macchina in A?
- 3) C'è una macchina in B che è più veloce di ogni macchina in A?
- 4) Ogni macchina in B è più costosa di ogni macchina in A