

Logica (anno di preparazione)

Luce Spada lspada@unise.it (luce.spada@gmail.com)

Pagina web del corso <http://logica.dipmat.unise.it/lucespada>

ref. bibliografici,
info, news, argomenti

Lezioni	martedì	11:15	^P -	13:45
	giovedì	9:15	-	10:45

Esame test scritto

Es. 1

Supponiamo che in una famiglia ci siano due fratelli e due sorelle, tutti con altere diverse. Le frasi

"I fratelli sono più alti delle sorelle"

può avere vari significati

- (a) Il più alto fratello è più alto delle più alte sorelle
- (b) Ogni fratello è più alto di ogni sorella
- (c) Ogni sorella è più bassa di qualche fratello
- (d) La media delle altere dei fratelli è maggiore della media delle altere delle sorelle

$$\begin{array}{cccccc} a \stackrel{?}{\Rightarrow} b & a \stackrel{?}{\Rightarrow} c & a \stackrel{?}{\Rightarrow} d & b \stackrel{?}{\Rightarrow} e & b \stackrel{?}{\Rightarrow} c & b \stackrel{?}{\Rightarrow} d \\ c \stackrel{?}{\Rightarrow} a & c \Rightarrow b & c \Rightarrow d & d \stackrel{?}{\Rightarrow} a & d \stackrel{?}{\Rightarrow} b & d \stackrel{?}{\Rightarrow} c \end{array}$$

Es 2 Dato un quadrilatero Q determinare le implicazioni reciproche tra le seguenti affermazioni:

- (a) Q ha un angolo ottuso ($> 90^\circ$)
- (b) Q ha tre angoli acuti ($< 90^\circ$)
- (c) Q non ha angoli retti ($= 90^\circ$)

Quali implicazioni sono vere: $a \stackrel{?}{\Rightarrow} b$ $b \stackrel{?}{\Rightarrow} a$ $a \stackrel{?}{\Rightarrow} c$ $c \stackrel{?}{\Rightarrow} a$ $b \stackrel{?}{\Rightarrow} c$ $c \stackrel{?}{\Rightarrow} b$

Es 3 Sia T un triangolo. Quali delle seguenti condizioni sono necessarie perché T sia isoscele? Quali sono sufficienti?

- (a) che T sia equilatero
- (b) che T abbia due angoli uguali
- (c) che T sia rettangolo
- (d) che T abbia due angoli uguali e di ampiezza minore di 60°
- (e) che esistano due lati di T per i quali il quoziente delle lunghezze è un numero intero

Es4

Lui dice a lei: "sono bello e ricco". Lei risponde: "non è vero"

Cosa significa la risposta

(brutto := non bello)
(povero := non ricco)

- (a) che lui è brutto e povero
- (b) che lui è brutto o povero, ma non entrambi
- (c) che lui è brutto o povero o entrambi

Es5

Ricordiamo che se p è una proposizione, la sua negazione è vera quando p è falsa ed è falsa quando p è vera. Dato la proposizione

p : Tutti gli uomini hanno la coda

quali delle seguenti sono negazioni di p ? Perché?

- (a) Non tutti gli uomini hanno la coda
- (b) Nessun uomo ha la coda
- (c) Esiste un uomo che non ha la coda
- (d) Esiste un uomo che non ha una coda lunga.

Es 6 Sia Q un quadrilatero. Le tre affermazioni seguenti

(a) Q ha tre lati uguali, (b) Q ha due lati diversi, (c) Q ha tre angoli uguali
non si implicano a vicenda in nessun modo (cioè $a \not\Rightarrow b$, $b \not\Rightarrow c$, $b \not\Rightarrow a$, ...)

Diri quali controesempi alle varie implicazioni sono corretti:

$a \not\Rightarrow b$: (i) un quadrato, (ii) un rombo, (iii) un trapezio isoscele con le basi
di lunghezza diversa e la base minore lunga come i lati obliqui.

$a \not\Rightarrow c$: (i) un quadrato, (ii) un rettangolo, (iii) un trapezio isoscele con le basi
di lunghezza diversa e la base minore lunga come i lati obliqui.

$b \not\Rightarrow a$: (i) un trapezio che non sia un rombo, (ii) un rettangolo che non
sia un quadrato, (iii) un rombo.

$b \not\Rightarrow c$: (i) un trapezio rettangolo che non sia un rettangolo (ii) un rettangolo,
(iii) un trapezio isoscele con le basi di lunghezza diversa e la base
minore lunga come i lati obliqui.

$c \not\Rightarrow a$: (i) un rettangolo che non sia un quadrato, (ii) un rombo che non sia un
quadrato, (iii) un trapezio rettangolo.

Es 7

Negare le seguenti affermazioni:

- (a) Esiste un punto che non appartiene né alle rette p , né alle rette q
- (b) Per ogni numero reale x si ha che $f(x) \geq 5$
- (c) Esiste una circonferenza tangente alle rette p e q , ma non alle rette r
- (d) Il quadrilatero Q e il pentagono P hanno almeno due vertici in comune
- (e) L'equazione (*) ha esattamente 3 soluzioni
- (f) p è un numero primo, dispari e minore di 10.

Es 8

Stabilire se le seguenti relazioni sono corrette:

$$(a) \bigcup_{n=1}^3 A_n = A_1 \cup A_3$$

$$(b) \left(\bigcup_{n=1}^5 A_n \right) \cap \left(\bigcup_{n=3}^8 A_n \right) \supseteq A_4$$

$$(c) \left(\bigcup_{n=1}^5 A_n \right)^c = \bigcap_{n=1}^5 (A_n^c) \quad \left(\text{Dove } A^c \text{ è il complementare di } A \right)$$

$$(d) \bigcup_{n=1}^5 \left(\bigcup_{k=1}^n A_k \right) = \bigcup_{n=1}^5 A_n$$

$$(e) \text{ Se } \bigcap_{n=1}^5 A_n = \emptyset \text{ allora esistono } A_i \text{ e } A_j \text{ tali che } A_i \cap A_j = \emptyset$$

$$(f) \text{ Se } \bigcup_{n=1}^5 A_n = \bigcap_{n=1}^5 A_n \text{ allora } A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = A_5$$

Es 9 $\sum e^{\prod}$ indicens simmetrice e produttorie, es.

$$\sum_{m=-2}^5 m^2 = 4 + 1 + 0 + 1 + 4 + 9 + 16 + 25$$

$$\prod_{k=2}^6 \frac{k}{k+1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7}$$

Calcolare

$$(a) \sum_{m=1}^N (-1)^m$$

$$(f) \sum_{m=1}^5 \sum_{j=1}^m j$$

$$(b) \sum_{n=0}^{10} 2^n$$

$$(c) \sum_{m=6}^5 (100m+4)$$

$$(d) \sum_{m=0}^0 2^{m+2}$$

$$(e) \frac{\left(\prod_{m=1}^N a_m \right) \left(\prod_{m=2}^{N+1} a_m \right)}{\left(\prod_{m=0}^{N-1} a_m \right) \left(\prod_{m=3}^{N+2} a_m \right)}$$

Es 10

Sia $f(x) = x^2 + 2^{x+1}$, scrivere.

(a) $f(x+1)$

(b) $(f(x))^2$

(c) $f(2x) + f(x^2)$

(d) $f(f(x))$

(e) $3f(2) - 2f(3)$

(f) $\sum_{n=1}^3 f(-n)$