ESERCIZI PER IL CORSO DI MATEMATICA PER L'ECONOMIA E MATEMATICA FINANZIARIA (I SEMESTRE 2015/16)

SETTIMANA 1

1. Insiemi, relazioni, funzioni

Esercizio 1. Verificare che se $X \subseteq Y$ allora $\bar{Y} \subseteq \bar{X}$. ($\bar{X}$ è il complemento di X rispetto a un universo S.)

Esercizio 2. Dimostrare la proprietà distributiva dell'unione rispetto all'intersezione:

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C) \tag{1}$$

Esercizio 3. Si consideri il seguente insieme di squadre:

$$X = \{A, B, C, D\}.$$

Si calcolino tutti i possibili incontri tra le squadre, sia di andata che di ritorno. In cosa differisce questo insieme da $X \times X$?

Esercizio 4. Si considerino le seguenti funzioni: $f(x) = x^2$ e $f(x) = \frac{1}{x}$. Si determinino $f \circ g$ e $g \circ f$.

Esercizio 5. Dire se i seguenti insiemi hanno massimo, minimo, infimo o supremo:

- $\left\{ \frac{n-q}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$
- $\left\{ \frac{(-1)^n}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$
- Il sottoinsieme di $\mathbb{R}$ dei numeri con parte intera uguale a 0 e parte decimale in cui compare solo la cifra 7.

Esercizio 6. Verificare che se $A \subseteq B$ allora $\inf(B) \leq \inf(A)$ e $\sup(A) \leq \sup(B)$.

2. Principio di induzione

Esercizio 7. Dimostrare che

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + ... + 2^n = 2^{n+1} - 1 \tag{2}$$

Esercizio 8. Dimostrare che

$$2 + 4 + 6 + ... + 2n = n(n+1) \tag{3}$$

3. Potenze, esponenziali, logaritmi, funzioni trigonometriche

Esercizio 9. Risolvere le seguenti disequazioni:

$$| x + 3 | -2 > 0 \tag{4}$$

$$\sqrt{2 - x^2} > 2x \tag{5}$$

$$\sqrt{3x^2 - 1} > \sqrt{x^2 - 3} \log_3 x > 3 \tag{6}$$

$$\log(x - 1) < -1 \tag{7}$$

$$e^{|x-1|} < e^x \tag{8}$$

Esercizio 10. Verificare che $\operatorname{sen}(\pi/4) = \sqrt{2}/2$

Esercizio 11. Risolvere le seguenti equazioni:

$$\operatorname{sen}(x) = 1 \tag{9}$$

$$\operatorname{sen}(x) + \cos(x) = 0 \tag{10}$$