

## VERIFICA FINALE

Nome: \_\_\_\_\_

Cognome: \_\_\_\_\_

- Tempo a disposizione: **2 ore**.
- Voto minimo per superare la verifica: **18/30**.
- Non è possibile consultare testi di teoria o appunti.
- Non è permesso usare alcun foglio aggiuntivo oltre a quelli consegnati all'inizio della prova.
- Non è permessa nessuna forma di comunicazione con l'esterno o con gli altri partecipanti all'esame.
- I fogli che verranno presi in considerazione durante la correzione sono **solo quelli con le tracce degli esercizi (pagine da 1 a 10)**. I fogli finali possono essere usati liberamente e vanno staccati **solo al momento della consegna**.
- **Buon lavoro!**

**Esercizio 1** (3 punti). Sia  $n$  un numero naturale, determinare le implicazioni reciproche tra le seguenti affermazioni:

- (1)  $n$  è multiplo di 5.
- (2)  $n$  non è multiplo di 2.
- (3)  $n$  è divisibile per 10.

(1) implica (2)? \_\_\_\_\_

(1) implica (3)? \_\_\_\_\_

(2) implica (1)? \_\_\_\_\_

(2) implica (3)? \_\_\_\_\_

(3) implica (1)? \_\_\_\_\_

(3) implica (2)? \_\_\_\_\_

**Esercizio 2** (4 punti). Sia  $Q$  un quadrilatero. Quali delle seguenti condizioni sono necessarie perché  $Q$  sia un quadrato? E quali sono sufficienti?

- (1) che  $Q$  abbia due angoli uguali.
- (2) che  $Q$  abbia quattro angoli uguali.
- (3) che  $Q$  abbia due angoli di  $90^\circ$ .
- (4) che  $Q$  abbia due lati il cui quoziente delle lunghezze è un numero intero.

(1)

(2)

(3)

(4)

**Esercizio 3** (6 punti). In un gruppo di amici ci sono tre ragazze e quattro ragazzi, tutti di età diverse. Considerate le seguenti affermazioni:

- (1) Il più giovane ragazzo è più giovane della più giovane ragazza.
- (2) Ogni ragazzo è più vecchio di qualche ragazza.
- (3) La media delle età dei ragazzi è maggiore della media delle età delle ragazze.

Stabilire le implicazioni esistenti tra le precedenti affermazioni. Cioè rispondere alle seguenti domande:

(1) implica (2)? \_\_\_\_\_

(1) implica (3)? \_\_\_\_\_

(2) implica (1)? \_\_\_\_\_

(2) implica (3)? \_\_\_\_\_

(3) implica (1)? \_\_\_\_\_

(3) implica (2)? \_\_\_\_\_

**Esercizio 4** (3 punti). Data la proposizione  $p$ :

*Esistono degli elefanti con le ali.*

discutere la validità delle seguenti proposte di negazioni di  $p$ .

- (1) Non tutti gli elefanti hanno le ali.
- (2) Nessun elefante ha le ali.
- (3) Ogni elefante ha le ali.
- (4) Esistono degli elefanti che non hanno le ali.

(1)

(2)

(3)

(4)

**Esercizio 5** (3 punti). Negare le seguenti affermazioni:

- (1) L'equazione (\*) ha almeno tre soluzioni.
- (2) Per ogni numero reale  $x$  si ha  $g(x) \leq 5$ .
- (3) Esiste un numero che non appartiene né a  $\mathbb{Q}$  né a  $\mathbb{R}$ .
- (4) Esiste un numero che è multiplo di  $p$  e  $q$ , ma non di  $r$ .
- (5)  $p$  è un numero pari maggiore di 7.
- (6) La retta  $r$  e la retta  $p$  hanno almeno un punto in comune.

(1)

(2)

(3)

(4)

(5)

(6)

**Esercizio 6** (6 punti). Un sottoinsieme  $X$  di  $\mathbb{N}$  è detto *cofinito* se il complementare di  $X$  in  $\mathbb{N}$  è finito.

- (1) Fare esempi di insiemi cofiniti e esempi di insiemi che non sono cofiniti.
- (2) I numeri pari sono cofiniti?
- (3) I numeri che non dividono 100 sono cofiniti?
- (4) Se  $Y$  è cofinito l'insieme  $\{2 \cdot n \mid n \in Y\}$  è cofinito?
- (5) L'unione di due insiemi cofiniti è cofinita?
- (6) L'intersezione di due insiemi cofiniti è cofinita?

**Esercizio 7** (3 punti). Di ciascuna uguaglianza dire se è sintatticamente corretta:

$$(1) \quad \bigcup_{i=k}^{+\infty} A_k = B_i$$

$$(2) \quad \sum_{i=k}^n a_i = \prod_{k=i}^n b_k$$

$$(3) \quad \bigcup_{i=1}^{+\infty} \left( \bigcap_{k=i}^{+\infty} A_k \right) = B$$

**Esercizio 8** (3 punti). Siano  $f(x) = \log(3x - 1)$  e  $g(x) = \sqrt{2x + 3^x}$ . Scrivere

(1)  $f(x + 1) =$

(2)  $f(g(x)) + g(f(x)) =$

(3)  $f(2x + 1) - g(x^2) =$



oglio di brutta. Da staccare e buttare solo al momento della consegna.  
Non verrà preso in considerazione durante la correzione

oglio di brutta. Da staccare e buttare solo al momento della consegna.  
Non verrà preso in considerazione durante la correzione

oglio di brutta. Da staccare e buttare solo al momento della consegna.  
Non verrà preso in considerazione durante la correzione

oglio di brutta. Da staccare e buttare solo al momento della consegna.  
Non verrà preso in considerazione durante la correzione

...oglio di brutta. Da staccare e buttare solo al momento della consegna.  
Non verrà preso in considerazione durante la correzione

oglio di brutta. Da staccare e buttare solo al momento della consegna.  
Non verrà preso in considerazione durante la correzione